

TARTU ÜLIKOOL  
KESKKONNAFÜÜSIKA INSTITUUT

# ÜLDMETEOROLOGIA

## (ATMOSFÄÄRIFÜÜSIKA)

Loengukonspekt

II osa

**Koostanud H. Ohvri**

*Detsember 2002*

Tartu

## SISUKORD

4. MAA TIIRLEMINE JA PÖÖRLEMINE .....	3
4.1. Astronoomilised ajaühikud.....	3
4.2. Aastaajad ja kliimavööndid .....	5
4.3. Põhja- ja lõunapoolkera erinev kiirusrežiim .....	6
4.4. Milankovitši paleoklimatoloogia.....	8
4.5. Baer-Babinet' seadus.....	8
4.6. Vektorkorrutise mõiste.....	9
4.7. Coriolise kiirendus ja jõud.....	9
4.8. Foucault' pendel.....	12
4.9. Passaathoovused.....	13
4.10. Ekmani hoovus.....	14
4.11. Tuule suuna ja kiiruse muutumine kõrgusega.....	16
4.12. Geostroofiline tuul (geostroofiline voolamine).....	18
4.13. Tuul tsüklonis ja antitsüklonis.....	19
5. ÕHURÕHU VÄHENEMINE KÕRGUSEGA.....	21
5.1. Baariline aste.....	21
5.2. Õhurõhu taandamine merepinnale.....	23
5.3. Baromeetiline nivelleerimine.....	23
6. IDEAALSE GAASI ERISOOJUSED.....	25
6.1. Soojusmahtuvus ja erisoojus.....	25
6.2. Isokoorne soojusmahtuvus.....	27
6.3. Isobaarne soojusmahtuvus.....	28
6.4. Suhte $c_p / c_v$ leidmine.....	31
7. TEMPERATUURI VÄHENEMINE KÕRGUSEGA.....	32
7.1. Temperatuuri gradient homogenses, kuivas atmosfääris.....	32
7.2. Termodünaamika 1. seadus meteoroloogias.....	33
7.4. Temperatuuri kuivadiabaatiline gradient.....	34
7.5. Temperatuuri märgadiabaatiline gradient.....	35
7.6. Atmosfääri vertikaalne tasakaal.....	37
7.7. Väisälä-Brunti sagedus.....	43
7.8. Aeroloogiline diagramm.....	46

## 4. MAA TIIRLEMINE JA PÖÖRLEMINE

### 4.1. Astronoomilised ajahikud

Maa on üks üheksast Päikese planeedist. Kõik planeedid, välja arvatud Veenus, tiirlevad ümber Päikese ühes suunas ning kõik pöörlevad ühes suunas ümber oma telje. Veenus pöörleb väga aeglaselt vastupidises suunas, pöörlemisperiood 243 Maa ööpäeva. Erandlik on ka Uraani pöörlemine, Uraan on “külili” (pöörlemistasand 97–98°), teda peeti varem vastupidi pöörlevaks.

Ajahikud *aasta, tund, minut, sekund*, jne defineeriti algselt Maa tiirlemise ja pöörlemise perioodidest lähtuvalt.

**Keskmine päikeseööpäev.** Praktilises elus loetakse ööpäeva alguseks keskööd. *Keskmiseks päikeseööpäevaks* loetakse keskmist ajavahemikku Päikese kahe alumise kulminatsiooni vahel (Päikese näival liikumisel taevasfääril). Päikeseööpäev on võrdsustatud 24 tunniga.

**Tund.** 1/24 osa keskmisest päikeseööpäevast.

**Täheaasta.** Ajavahemik, mille jooksul Maa teeb ühe täistiiru ümber Päikese. Tegelikult määratakse seda ajavahemikuga, mille jooksul Päike sooritab taevasfääril näiva ringi ja jõuab tagasi sama tähe juurde. Vaatlused näitavad, et täheaasta võrdub 365.25636 päikeseööpäevaga.

**Juuliuse kalender.** Esimene teadaolev kalender koostati Egiptuses 7000 aasta eest ja tugines kolmele enam-vähem samal ajal toimuvale sündmusele:

- Päikese suvisele suurimale kõrgusele,
- täht Siiriuse ilmumisele,
- Niiluse üleujutuse algusele.

Vana-Egiptuse aasta pikkuseks oli 365 päikeseööpäeva, seega määrasid nad aasta pikkuse ülalavaldavalt täpselt.

Roomlaste kalender oli algselt segasem, aasta sisaldades vaid 304 päeva. Seejärel kasvas roomlaste aasta 355, siis 377 ja 378 päevani. Aastal 46 e. Kr. teostas Rooma valitseja Julius Caesar kalendrireformi (nn *juuliuse kalender* ehk *vana kalender*). Oma astronoomi Sosigenese ettepanekul kehtestas ta aasta keskmiseks pikkuseks 365.25 ööpäeva. Et aga iga aasta sisaldaks täisarv ööpäevi, loeti kolme järjestikuse aasta pikkuseks kokkuleppeliselt **365 ööpäeva** ja igal neljandal aastal **366 ööpäeva**. Kalendrikuud koosnesid 29 päevast (veebruar) või 30 või 31 päevast. Lisapäev paigutati veebruarikuuks.

Pärast Caesari surma loeti lisapäeva-aastaks ekslikult iga kolmas aasta, mistõttu kalendrisse tekkis viga (kalender muutus liiga aeglaseks, ‘jäi ajast maha’). Vea kõrvaldas aastal 8 e. Kr. Augustus, kes vähendas ajutiselt liigaastate sagedust.

Caesari ja Augustuse auks nimetati 7. ja 8. kuu vastavalt juuliks ja augustiks. Et augusti oleks juuliga võrdväärne, lisati sinna üks päev veebruari arvelt.

**Troopiline aasta.** Planeet Maa telg ei ole fikseeritud, vaid pretsesseerib, analoogselt güroskoopiga (vurriga). Pretsessiooni tõttu läbib Päike oma näival liikumisel ekliptika põhipunkte (kevad-, suve-, sügis- ja talvepunkt) veidi varem sama täheni jõudmist). Aastaegade vaheldumist silmas pidades on sobivam arvestada pretsessiooni ja kasutada täheaasta asemel nn *troopilist aastat*, mille pikkus on **365.24220** keskmist päikeseööpäeva.

**Demo:** güroskoopiline efekt, pretsesseerimine.

Pretsessioonist tingitud võimalikke kliimamuutusi käsitleme allpool.

Juuliuse aasta ebatäpsus. Et juuliuse aasta on tegelikult (troopilisest aastast) pikem, algab iga uus kalendriaasta hilinemisega. Juuliuse aasta ebatäpsust väljendab vahe

$$365.2500 - 365.24220 = 0.0078 \text{ (ööpäeva)} \gg 11 \text{ min } 14 \text{ s,}$$

mis **400 aasta** jooksul põhjustab erinevuse ligi **3 ööpäeva**, **1000 aasta** jooksul ulatub vahe **7.8 ööpäevani**.

Gregooriuse kalender. Järgmise kalendriparandamise viis läbi Rooma paavst Gregorius XIII, kes lühendas 1582. aastat 10 päeva võrra: 4. oktoobrile järgnev päev loeti mitte 5., vaid 15 oktoobriks.

Edaspidi jääd juuliuse kalendri juurde, kuid 400 a. vältel tekkiva 3-ööpäevase vea kõrvaldamiseks võeti liht- ja liigaastate reeglisse täiendus, mille järgi loetakse 3 vana (juuliuse) kalendri liigaastat uue (gregooriuse) kalendri lihtaastateks. Täiendav reegel on järgmine: kahe nulliga lõppevad aastad loetakse liigaastaks ainult siis kui sadade arv jagub neljaga:

**1600 – liigaasta**

1700 – lihtaasta

1800 – lihtaasta

1900 – lihtaasta

**2000 – liigaasta**

2100 – lihtaasta

2200 – lihtaasta, jne

Gregooriuse kalender võeti kohe tarvitusele enamikus Lääne-Euroopa maades. Inglismaa hilines ligi 200 aastat ja hakkas seda kasutama 1752. aastal. Pärast seda tarvitati vana kalendrit ainult Venemaal, Kreekas jt Balkani riikides.

Rahvusvahelise suhtlemise, posti ja telegraafi arenedes tuli ka Venemaal uut kalendrit kasutama hakata, kuid seda tehti teisejärgulise paralleelsüsteemina. Oktoobrirevolutsiooni järgselt lahendati kalendriküsimus kiiresti: 1918. aasta 1. veebruari asemel tuli kuupäevaks lugeda 14. veebruar.

Gregooriuse aasta ebatäpsus. Gregooriuse aasta on troopilisest aastast pikem ainult 26 sekundit. Ööpäevane viga tekib alles 3300 aasta jooksul.

Täheööpäev, Maa pöörlemise nurkkiirus. Nagu öeldud, on aasta pikkuseks ligikaudu 365.25 päikeseööpäeva. Kuid kujutades ette Maa liikumist ümber Päikese eemalt, tähtedelt vaadatuna, selgub, et Maa teeb ümber oma telje täpselt ühe täispöörde rohkem. Selliseid täispöördeid, ehk *täheööpäevi*, mahub aastasse:

$$365.25 + 1 = 366.25 \text{ (täheööpäeva).}$$

Demo: lisaööpäeva teke.

Kuna täheööpäevi on aastast rohkem, siis on täheööpäev pisut ( $365.25/366.25$  korda) lühem päikeseööpäevast ehk 24 tunnist. Arvutame täheööpäeva pikkuse:

$$24\text{h} \frac{365.25}{366.25} = \frac{24 \times 60 \times 60 \text{ s} \times 365.25}{366.25} = \frac{86400 \text{ s} \times 365.25}{366.25} = 86164.096 \text{ s ,}$$

teisendame tulemuse tundideks ja minutiteks

$$86164.096 \text{ s} = \frac{86164.096 \text{ h}}{3600} = 23.93447 \text{ h} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 04 \text{ s} .$$

Kuigi erinevus täheööpäeva ja päikeseööpäeva vahel ei ole suur, ja ligikaudsetes arvutustes võib ööpäeva pikkuseks võtta 24 h, tuleb korrektsetes arvutustes kasutada Maa pöörlemisega seotud mehhaaniliste efektide, näit. Coriolise kiirenduse arvutamisel lähtuda täheööpäevast.

Arvutame Maa pöörlemise nurkkiiruse, lähtudes mõlemast ööpäevast.

$$\text{Täheööpäeva järgi (korrektne): } w = \frac{2p}{86164.096 \text{ s}} = 0.0000729 \text{ s}^{-1} = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1},$$

päikeseööpäeva järgi (mittekorrektne):

$$w = \frac{2p}{86400 \text{ s}} = 0.0000727 \text{ s}^{-1} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

Näeme, et nurkkiiruste erinevus on alles kolmandas numbrikohas (0.27%).

## 4.2. Aastajad ja kliimavööndid

Maa orbiidi parameetrid ja tema pöörlemine ümber oma telje on kõige olulisemad tegurid, mis mõjutavad kiirguse jõudmist Maale ja Maa kliimat.

Maa telg, mis läbib Maa pooluseid (Maa pöörlemistelg) on orbiidi tasapinna (tiirlemistasapinna e. ekliptika) suhtes kaldu. Kaldenurk on praegu

$$e \gg 23.5^\circ.$$

Perioodiga umbes **4 100 aastat** muutub kaldenurk  $\pm 1.5^\circ$  võrra, praegu toimub kahanemine. Ligikaudne (lineariseeritud) kaldenurga arvutusvalem lähisajanditeks

$$e = 23^\circ 27' 8.26'' - 0.4684'' t,$$

kus  $t$  on aastate arv alates a-st 1900. Aastal 2000 oli ekliptika kalle

$$e = 23^\circ 26' 21''.$$

Enamik teatmikke (ja maakaarte) on koostatud 20. sajandil, enne 2000. a., seetõttu antakse neis ekliptika kaldeks

$$e = 23^\circ 27',$$

teeme seda ka käesolevas konspektis.

Ekliptika kaldenurk põhjustab aastaegade vaheldumise. Suvel on päevad pikemad ja Päike kulmineerub kõrgemal horisondi kohal kui talvel.

Suvisel pööripäeval (põhjapoolkeral **22. juuni** paiku) on Päike seniidis keskpäeval laiuskraadi **23°27' p.l.** juures. See laiuskraad kannab nime *Vähi pöörijoon*. Kõigis punktides, mis on lähemal ekvaatorile kui **23°27' p.l.**, on Päike seniidis 2 korda aastas. Näiteks laiusel **20° p.l.** toimub see 21. mail ja 23. juulil.

Ekvaatoril enesel on Päike keskpäeval seniidis täpselt kevadisel ja sügisel pööripäeval, s.o. **21. märtsi** ja **23. septembri** paiku.

Kevadisel ja sügisel pööripäeval leiab aset võrdpäevsus: öö ja päeva pikkused on kogu planeedil ühesugused – **12 tundi**.

Kevadisest pööripäevast suviseni nihkuvad geograafilised punktid, kus Päike on keskpäeval seniidis, Vähi pöörijoone suunas. Ekvaatoril samal ajal Päikese keskpäevane kulminatsioonikõrgus väheneb, jõudes väikseima väärtuseni suvisel pööripäeval

$$90^{\circ} - 23^{\circ}27' = 66^{\circ}33'.$$

Suvisel pööripäeval on Päikese kõrgus ja päeva pikkus maksimaalsed põhjapoolkera punktides Vähi pöörijoone suunas. Ekvaatoril samal ajal Päikese keskpäevane kulminatsioonikõrgus väheneb, jõudes väikseima väärtuseni suvisel pööripäeval

$$90^{\circ} - 23^{\circ}27' = 66^{\circ}33'.$$

Suvisel pööripäeval on Päikese kõrgus põhjapoolusel **23°27'**, mis on oluliselt vähem kui Päikese minimaalne keskpäevane kõrgus ekvaatoril.

Samasugused nähtused toimuvad ka Maa lõunapoolkeral, ainult selle vahega, et meie suvel on seal talv, meie kevadel sügis jne. Lõunapoolkera laiuskraadi **23°27' l.l.** nimet. *Kaljukitse pöörijooneks*. Pöörijoonte nimetused pärinevad tähtkujudest, kus Päike asus suvisel ja talvisel pööripäeval antiikajal. Talvisel pööripäeval (**22. detsembri** paiku) on Päike keskpäeval seniidis Kaljukitse pöörijoonele, lõunapoolusel saavutab kõrguse **23°27'**.

Maa võõndit paralleelide + **23°27'** ja – **23°27'** vahel nimetatakse *troopiliseks võõndiks* e. *palavvõõndiks*. Laiuskraadidest ± **66°33'** pooluste poole asuvad alasid nimet. *polaar-* e. *külmvõõnditeks* (Arktis ja Antarktis). Troopiliste ja polaaralade vahele jäävad *paravõõndid*. Seega on maakera jaotatud viieks temperatuurivõõndiks.

Poolustel tõuseb Päike vastavalt kevadisel või sügisel pööripäeval terveks poolaastaks (*polaarpäev*) ja loojub samuti terveks poolaastaks (polaaröö). Refraktsiooni tõttu on polaarpäev mõne ööpäeva võrra pikem polaarööst.

Sedamööda, kuidas vaatleja eemaldub Maa poolustest, lüheneb polaarpäeva ja polaaröö kestus ning suureneb päeva ja öö vaheldusega ööpäevade arv. Laiuskraadid ± **66°33'** on äärmiseks piiriks, kus Päike võib jääda terveks ööpäevaks horisondi kohale (suvisel pööripäeval).

### **4.3. Põhja- ja lõunapoolkera erinev kiirusrežiim**

Maa orbiit on ellipsikujuline. Ellipsi fookuskauguste vahe suhe suurema pooltelje pikkusesse (ekstsentrilisus) on **0.017**.

Maa orbiidi elliptilisusest järeldeb huvitav asjaolu, et põhjapoolkera suvi pole identne lõunapoolkera suvega, ega talv talvega.

Lõunapoolkera suvel (täpsemalt **3. jaanuaril**) on Maa-Päike kaugus minimaalne, võrdu- des **0.983** astronoomilise ühikuga.

Põhjapoolkera suvel (täpsemalt **4. juulil**) on Maa-Päike kaugus maksimaalne, võrdues **1.017** astronoomilise ühikuga.

Maa-Päike kauguse muutumise tõttu langeb lõunapoolkera suvel atmosfääri ülapiirile kuni **7%** intensiivsem päiksekiirgus kui põhjapoolkera suvel:

$$\frac{1.017^2}{0.983^2} = 1.034^2 = 1.07.$$

Kuid lõunapoolkera kuumem suvi on lühem, lõunapoolkera suve pikkus on **179.6 ööpäeva**, põhjapoolkera jahedama suve pikkus on aga **185.6 ööpäeva**. Selle, 6-päevase erinevuse tõttu saavad mõlema poolkera samal laiuskraadil olevad piirkonnad kiirgusenergiat suve jooksul kokku ühepalju.

Joon. 4.1. Maa orbiidi parameetrid.

#### 4.4. Milankovitši paleoklimatoloogia

*paleo* – (kr. k. *palaios*) vana, muistne, iidne

Maa orbiidi ekstsentrilisus fluktuueerub **5%** piires, seetõttu ellips deformeerub, nihkuvad võrdpäevuspunktid. Fluktuueerumise periood on **100 000 aastat**. NB! Juba kirjapildist nähtub, et selline arv on hinnanguline.

Maa orbiit on kujutatud joonistel 4.1. Võrdpäevuspunktide nihkumist põhjustab teiste planeetide mõju Maale. Seoses selle mõjuga punkt, milles Maa asub Päikesele kõige lähemal (*perigee*), nihkub mööda orbiiti **25 kaareminuti** võrra aastas. Nihkumise kogu periood on **21 000 aastat**.

Milankovitš esitas 1941. aastal teooria, mille kohaselt paleokliimaatilisi muutusi seletatakse Maa orbiidiparameetrite (ellipsi deformeerumine, orbiidi kalde muutumine) variatsiooniga. Tänapäeval on see seletus leidnud eksperimentaalse kinnituse (uuritakse sadestust süvavees, Antarktika iidset jääd, süvapuuraukude südamikke). On kindlaks tehtud kliima variatsioonid perioodidega **100 000, 40 000** ning **23 000** aastat.

#### 4.5. Baer-Babinet' seadus

##### Karl Ernst von Baer

28. veebr. 1792 Järvamaa, Piibe mõis – 28. nov. 1876 Tartu.

Väga mitmekülgne loodusteadlane, kirjeldava ja võrdleva embrüoloogia rajaja.

Õppis 1810–1814 Tartu Ülikoolis arstiteadust.

Töötas a-st 1817 Königsbergis, kus sai zoologia ja anatoomia professoriks.

1828. a. Peterburi TA akadeemik, 1834–1862 Peterburis.

Alates 1867 uuesti Tartus, 1869–1876 Loodusuurijate Seltsi esimees.

Uuris kalade, kahepaiksete, roomajate, imetajate ning eriti põhjalikult kana embrüonaalset arengut.

1826. a. avastas imetajate, (sh inimese) munaraku. Tõestas, et loomade looteil avalduvad kõigepealt hõimkonna, seejärel klassi, seltsi, sugukonna, perekonna, liigi, ning kõige lõpuks isendi tunnused.

Peale meditsiini töötas geograafia, antropoloogia, etnograafia ja ihtioloogia alal. Algatas liivlaste uurimise.

1856. a. avastas jõgede kallaste uhtumise seaduspärasuse (Baeri seadus, algselt antud meridiaani sihis voolavate jõgede suhtes).

Seadust täpsustas J. Babinet 1859. a. (Baer-Babinet' seadus):

**põhjapoolkera jõed uhuvad rohkem paremat ja lõunapoolkera jõed vasakut kallast.**

Seadus selgitab, miks on põhjapoolkeral jõgede paremad kaldad järsuks uuristatud, vasakud kaldad aga lauged. Lõunapoolkeral vastupidi. Ekvaatoril efekt puudub.



Jõevoolu, merehoovuste, tuule ja üldiselt iga liikuva objekti kõrvalekaldumist oma algsest suunast (põhjapoolkeral paremale) põhjustab Maa pöörlemisest tingitud *Coriolise jõud*, mis tekitab ka liikumisele ristisuunalise kiirenduse (põhjapoolkeral kallutab liikumist paremale).

**Demo:** palli veeremine Žukovski pingil.

#### 4.6. Vektorkorrutise mõiste

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

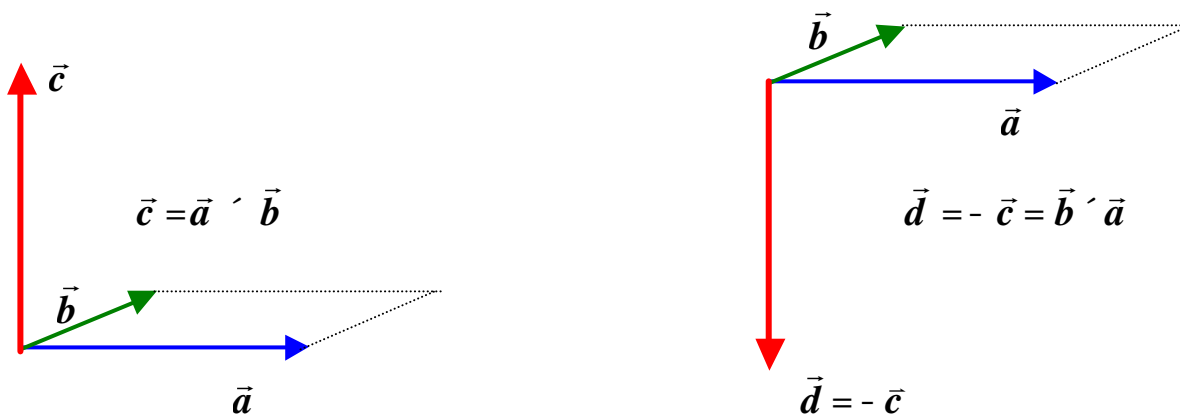
Kahe vektori  $\vec{a}$  ja  $\vec{b}$  vektorkorrutiseks nimetatakse vektorit  $\vec{c}$ , mille:

1) pikkus on arvuliselt võrdne vektorite  $\vec{a}$  ja  $\vec{b}$  poolt määratud rööpküliliku pindalaga

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha,$$

2) suund on määratud parema käe reeglina ( $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  peavad moodustama *parema käe kolmiku*).

Vektorkorrutise suund (märk) sõltub tegurite järjekorrast.



Joon. 4.2. Vektorkorrutise suund määratakse parema käe reeglina. Korrutatavate vektorite järjekorra vahetamisel muutub resultantvektori suund (tulemuse märk).

#### 4.7. Coriolise kiirendus ja jõud

Kehale mõjuv Coriolise (korrektne hääldamine <korioliisi>) kiirendus  $\vec{c}$  avaldub maakera pöörlemise nurkkiiruse  $\vec{\omega}$  ja keha kiiruse  $\vec{V}$  kaudu järgmiselt (ei tõesta):

$$\vec{c} = -2(\vec{\omega} \times \vec{V}) = 2(\vec{V} \times \vec{\omega}),$$

vastavalt Coriolise jõu  $\vec{F}_c$  saame kui korrutame kiirendust massiga  $m$ :

$$\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{V}) = 2m(\vec{V} \times \vec{\omega}).$$

Kui liikumine on horisontaaltasapinnas, siis Coriolise jõud kallutab põhjapoolkeral liikumist paremale, vastavalt kiirenduse suurus

$$c = |\vec{c}| = 2wV \sin j = V \underbrace{2w \sin j}_f = Vf,$$

kus Coriolise parameeter  $f$ :

$$f = 2w \sin j$$

on sisse toodud valemite lühendamiseks ning on laialdaselt kasutusel atmosfääris ja meres toimuvate liikumiste kirjeldamiseks.

Kui vastavates liikumist kirjeldavates valemites tuleb teha hinnangulisi arvutusi, siis tehakse seda nn “keskmistel laiustel”, st võetakse  $j = 45^\circ$ . Et arvutada keskmiste laiuste Coriolise parameeter  $f$ , meenutame eespool arvatud Maa pöörlemise nurkkiirust  $w$ :

$$w = \frac{2p}{T},$$

kus  $T$  on Maa pöörlemise periood, nn täheööpäev:

$$w = \frac{2p}{86164.096s} = 0.0000729s^{-1} = 7.29 \times 10^{-5} s^{-1},$$

Arvutame  $f$  väärtuse põhjalaiuse  $j = 45^\circ$  korral

$$f = 2w \sin j = 2 \times 7.29 \times 10^{-5} s^{-1} \times 0.707 = 1.03 \times 10^{-4} s^{-1} \gg \underline{\underline{10^{-4} s^{-1}}}.$$

Coriolise parameetri saadud väärtust kasutatakse arvutustes, kui vaja ligikaudselt hinnata Coriolise jõu ja kiirenduse väärtusi, kuid laiuskraad on konkretiseerimata. Kui laiuskraad on konkretiseeritud, saab parameetri  $f$  täpselt arvutada.

Ettekujutuse saamiseks parameetri  $f$  muutumiskiiridest, esitame järgnevas tabelis parameetri väärtused mõnede põhjapoolkera laiuskraadide jaoks.

Laiuskraad $j$	Coriolise parameeter $f = 2w \sin j$
ekvaator $0^\circ$	0.000
$10^\circ$	$0.253 \cdot 10^{-4} s^{-1}$
$30^\circ$	$0.729 \cdot 10^{-4} s^{-1}$
$45^\circ$	$1.03 \cdot 10^{-4} s^{-1}$
$60^\circ$	$1.26 \cdot 10^{-4} s^{-1}$
$70^\circ$	$1.37 \cdot 10^{-4} s^{-1}$
põhjapoolus $90^\circ$	$1.46 \cdot 10^{-4} s^{-1}$

Vastavate lõunapoolkera laiuskraadide jaoks on Coriolise parameeter negatiivne.

### Näide

Korvpallur sooritab Tallinnas toimuvatel võistlustel ülikaugviske (**20 m**). Hinnata, kui palju kaldub pall kõrvale Coriolise jõu mõjul.

### Algandmed

Laiuskraad:  $j_{\text{Tallinn}} = 59^\circ 26'$  (võrdluseks,  $j_{\text{Tartu}} = 58^\circ 23'$ ).

Palli horisontaalliikumise kiirus  $V = 72 \text{ km/h}$ .

Korvpalluri kaugus korvirõngast:  $s = 20 \text{ m}$ .

### Lahendus

Arvutame Coriolise kiirenduse  $c$  Tallinna laiuskraadil, valem

$$c = Vf.$$

Palli kiirus  $V$ :

$$V = \frac{72 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{72000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Pallile mõjuv Coriolise kiirendus (kasutame  $f$  väärtust  $f = 1.26 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ):

$$c = Vf = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1.26 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} = 25.2 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2} = 2.52 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-2} = 2.52 \text{ mm s}^{-2}.$$

Leiame palli õhusoleku aja

$$t = \frac{\text{teepikkus}}{\text{kiirus}} = \frac{s}{V} = \frac{20 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 1 \text{ s}.$$

Leiame otsitava kõrvalekalde

$$x = \frac{ct^2}{2} = \frac{2.52 \text{ mm} \cdot 1 \text{ s}^2}{2 \text{ s}^2} = 1.26 \text{ mm} \gg 1.3 \text{ mm}.$$

Ilmselt on kõrvalekalle nii väike, et mängutehnikas seda arvestama ei pea.

Kuid Coriolise kiirendust on vaja arvestada suurema ulatusega (mastaabiga) liikumistel, näiteks merejää triivimisel, õhu- ja veemasside liikumistel jne.

**NB!** Analoogetes hinnangulistes arvutustes on tähtis kiiresti saada ligikaudne tulemus. Sagedeli piisab vaid tulemuse suurusjärgust. Seepärast tuleb valida sobivad arvud, mis arvutusi lihtsustavad. Eelnevas näites oligi nii tehtud.

**NB!** Eesti Entsüklopeedias (nii vanas kui uues väljaandes) on märksõnas *merehoovus* põhimõtteline viga ('merehoovused pöörduvad paremale ekvaatorilt vaadates').

## 4.8. Foucault' pendel

Võnkuv pendel säilitab oma võnketasandi ka siis, kui tema kinnituskoht pöörduv.

**Demo:** Pendel pööratava kinnituskohaga.

Nimetatud omadus võimaldab demonstreerida, ja seega tõestada Maa pöörlemist – piisavalt kaua võnkuva pendli alt pöörduv maapind ära.

Efekt on suurim poolustel, kus aluspind teeb pendli all täispöörde **24** tunniga st, et võnketasandi pöörlemisperiood  $T_0$  aluspinna kui taustsüsteemi suhtes on **24** tundi:

$$T_0 = 24 \text{ h} .$$

Efekt puudub ekvaatoril, kus võnketasandi pöörlemisperioodi võib formaalselt lugeda lõpmatuks.

Vahepealsetel laiustel on pöörlemisperiood pikem kui poolustel,  $T$  on pöördvõrdeline  $\sin j$  - ga, kus  $j$  on laiuskraad

$$T = \frac{T_0}{\sin j} .$$

Esimesena sooritas pendlikatse rohkearvulise vaatajaskonna ees L. Foucault 1851. a. Pariisi Panteonis, pendlinööri pikkus oli **67 m**, koormis **28 kg**. Mida raskem pendel, seda väiksem on õhutakistuse suhteline mõju, seda kauem võngub pendel. Seda kauem on võimalik jälgida võnketasandi pöördumist.

St Peterburgis Iisaku katedraalis oli Foucault' pendli pikkus **98 m**.

### TÜ füüsikahoone Foucault' pendli parameetrid

- raskuse mass **75 kg**,
- traadi pikkus **16.76 m**,
- võnkeperiood **7.8 s**,
- alusringi läbimõõt **2.0 m**,
- täisringi sooritamise aeg **28 h 11 min**.

**Ülesanne 1.** Mitme kraadi võrra pöörduv Foucault pendel TÜ füüsikahoones **10** täisvõnke jooksul?

**Ülesanne 2.** Mitme kraadi võrra pöörduv Foucault pendel TÜ füüsikahoones **5** min jooksul?

**Ülesanne 3.** Mitme kraadi võrra pöörduv Foucault pendel TÜ füüsikahoones **1** tunni jooksul?

**Ülesanne 4.** Eelmiste ülesannete vastuste põhjal hinnata, kui kaua peaks jälgima TÜ füüsikahoones Foucault pendli võnkumist, et võnketasandi pöördumine muutuks nähtavaks.

#### 4.9. Passaathoovused

*passaat* (< holl. k.) – aastaringselt 25.–30. laiuskraadilt ekvaatori poole puhuv püsiva suuna ja kiirusega niiske jahe tuul, põhjapoolkera passaadid suunatud edelasse, lõunapoolkera passaadid loodesse

*trade winds* – these steady winds are named from the term *to blow trade*, which means to blow in a regular course; if Earth did not rotate, these winds would follow a simple north-south movement

*trade* (<alam-sks. k) – rada, tee

Ekvaatori juures tõuseb soojenenud õhk üles ja valgub pooluste poole. Atmosfääri alumises kihis asendab seda jahedam õhk kõrgematelt laiustelt. Coriolise jõu mõjul kaldub see jahedam õhk põhjapoolkeral paremale, lõunapoolkeral vasakule. Põhjapoolkera passaadid puhuvad kirdest, lõunapoolkera passaadid kagust.

Kui maakera ei pöörleks, puhuksid passaadid põhja-lõunasihis.

Passaatidest kõrgemal puhuvad vastassuunalised tuuled – *antipassaadid*.

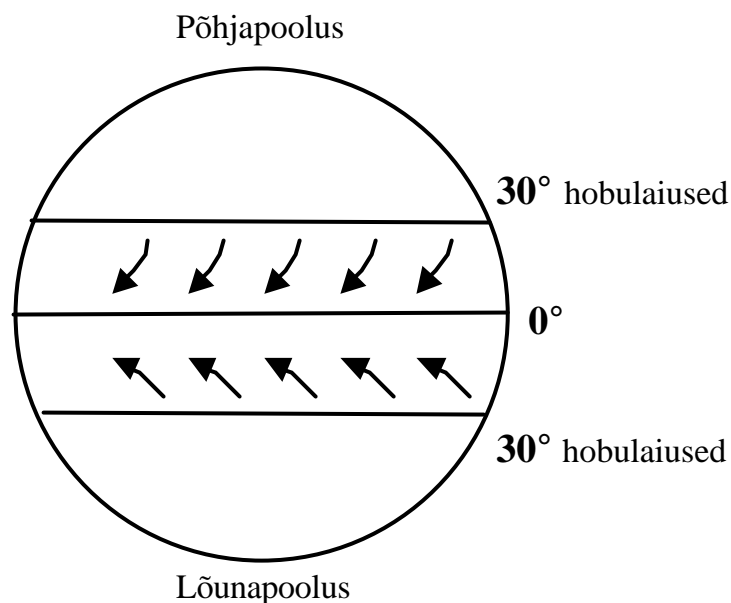
Passaatide vertikaalne ulatus on suurim ekvaatori lähedal: suvel 15 km, talvel kuni 2 km.

Passaatide keskmine kiirus aluspinna lähedal on **5–6 m/s**.

Passaattuultel oli suur majanduslik tähtsus purjelaevade ajastul.

Põhja- ja lõunapoolkera passaate lahutab ekvaatori juures vaikusevöönd, kus õhk tõuseb ja kondenseerub pilvedeks. Õhurõhk madal.

Vaikusevööndid on ka laiustel ca **30°**, kus õhk laskub, ilm on selge ja kuiv, õhurõhk kõrge, pinnatuuled nõrgad. Purjelaevade ajast pärineb nimetus *hobulaiused* (*horse latitudes*). Seiskunud laevadelt oldi sunnitud üle parda heitma nõrkenud loomi vee- ja toiduvarude säästmiseks.



#### 4.10. Ekmani hoovus

Ekmani hoovuseks nimetatakse merefüüsikas puhast triivhoovust, st sellist vee suuremastabiilist liikumist ookeanis, mis tekib ainult tuule mõjul ja mille korral veepind jääb horisontaalseks. Käsitleme seda sellepärast, et meres toimuvad liikumised on lihtsamad (vesi praktiliselt kokkusurumatu ja hõõrdevabam kui õhk). Meri on teatavas mõttes atmosfääri mudeliks.

Ilmselt kujutab Ekmani hoovus endast idealiseeritud liikumist Maailmameres. Kuid reaalselt tekib Ekmani hoovus ikkagi, kui vaid piisavalt suurel avaookeani territooriumil (ulatus sadades kilomeetrites, et ei tekiks vee kuhjumist) puhub ühtlane tuul ja ookeani sügavus on vähehemalt mitusada meetrit.

Ekmani hoovuse mõistmiseks jaotatakse ookean mõtteliselt õhukesteks veekihtideks.

Saab tõestada (seda tehakse *meredünaamika kursuses*), et kui:

- horisontaalse veepinna liikumist põhjustab ainult tuul,
- tiheduse erinevusest tingitud liikumisi vees ei ole,

siis liigub kõige pindmine veekiht  $45^\circ$  paremale sellest suunast, kuhu puhub tuul (kõrvalekalde põhjuseks on Coriolise jõud).

Pindmine veekiht tõmbab sisehõõrde tõttu liikuma vahetult tema all oleva veekihi. Hõõrdumise tõttu on selle kihi kiirus pisut väiksem pinnakihi kiirusest. Kiiruse suund on aga pisut paremale suunatud võrreldes pinnakihi liikumissuunaga (kõrvalekalde põhjuseks on Coriolise jõud).

Nii tõmbab iga veekiht endaga kaasa tema all oleva veekihi. Iga järgmise kihi kiirus on väiksem eelmise omast ja kiirus pisut paremale suunatud. Sügavusel mõnikümmend meetrit on vee liikumissuund vastupidine pinnakihi liikumissuunale. Kuid kiirus on ca **23** korda väiksem pinnakihi kiirusest (täpsemalt:  $\exp(-\pi) \approx 0.0432 \approx 1/23$ ).

Veel mõnikümmend meetrit sügavamale – ja kiirusvektor on pöördunud täiendavalt  $180^\circ$ , olles pinnakihi kiirusvektoriga samasuunaline. Kiiruse enda väärtus on kahanenud veel 23 korda, võrreldes pinnakihi kiirusega on kiirus vähenenud  $23 \times 23 = 529$  korda (täpsemalt:  $\exp(-2\pi) \approx 0.00187 \approx 1/535$ ).

Ekmani kihi paksus on ca 100 m. Sellest sügavamal paikneb nn geostroofiline kiht, milles keeriseid praktiliselt pole, seetõttu võib sisehõõrde lugeda tühiseks ja kus liikumist modelleerides võib jätta hõõrdumise arvestamata.

## **Ekman V.W.**

Ekman, Vagn Walfried (3.V 1874 - 9.III 1954), rootsi füüsik-teoreetik ja okeanograaf. Tema isa, keemiaprofessor F.L. Ekman (1830-1890), oli rootsi merekeemia ja merefüüsika pionieriks.

Õppis Uppsala (1893-1896) ja Stockholmi (1896-1901) Ülikoolis. Aastatel 1902–1909 töötas ta Oslos rahvusvahelises mereuurimislaboris, oli kuulsa norra meteoroloogi Vilhelm Bjerknesi (1862-1951) juhendatavaks.

Lundi Ülikooli mehhaanika ja matemaatilise füüsika professor (1910-1939). Rootsi Kuningliku TA liige.

V.W. Ekman uuris nii laborieksperimentidega kui teoreetiliselt Maailmameres toimuvaid hüdrodünaamilisi nähtusi. Tema mitme uurimuse (surnud vesi, vee liikumissuuna erinevus tuule omast) idee pärines norra polaaruurija ja ühiskonnategelase prof. Fridtjof Nanseni (1861-1930) pöördumistest füüsikute poole.

V.W. Ekmani tuntuimaks saavutuseks on vee kiirusvektori ümber sügavustelje keerdumise avastamine (1905, nn Ekmani spiraal, Ekmani kiht).

## **Ekmani spiraal, kiiruste hodograaf**

Joonistel 4.4 on esitatud Ekmani spiraal ja vee voolukiiruste hodograaf põhjapoolkera jaoks.

Joon. 4.4. Ekmani spiraal ja kiiruste hodograaf Ekmani hoovuses põhjapoolkeral.

#### 4.11. Tuule suuna ja kiiruse muutumine kõrgusega

Ekmani tulemused on rakendatavad ka aluspinnalähedases õhukihis toimuvate liikumiste kirjeldamiseks. Kuigi atmosfääri jaoks lahendas analoogse ülesande esimesena Uppsalas töötanud rootsi meteoroloog Filip Åkerblom (1909), kasutatakse ka atmosfäärifüüsikas tuule paremale pöördumise kirjeldamiseks kõrguse kasvades terminit *Ekmani spiraal*. Tuule suuna muutumist kirjeldavat Ekman-Åkerblomi teooriat saab kasutada kõrgemal kui 50–100 m.

Taimestikuga kaetud aluspinna, samuti hoonestatud aluspinna kohal kasvab tuule kiirus esimese 50–100 m kihis logaritmiliselt. Atmosfääri turbulentsete liikumiste uurimise klassiku Van Mieghemi järgi on kiiruse kasvu valem järgmine:

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\alpha} \ln \frac{z-d}{z_0}, \quad z \gg d + z_0, \quad (4.11.1)$$

kus:  $u_*$  – nn *dünaamiline kiirus*,

$\alpha = 0.38 - 0.41$  – Karmani parameeter (sisuliselt universaalne dimensioonitu konstant, laialt kasutusel turbulentsete liikumise kirjeldamisel),

$z_0$  – ebatasasuste (kareduse) parameeter, iseloomustab aluspinda.

Van Mieghem [???, 1977, 95] esitab orienteerumiseks ka konstantide järgmised arvulised väärtused:

kui  $V_{10} \gg 5 \text{ m/s}$  (tuule kiirus anemomeetri kõrgusel, s.o. **10–12 m**),

siis madala rohikatte korral (kõrgus **1–3 cm**):  $u_* = 0.33 \text{ m/s}$ ,  $z_0 = 0.5 \text{ cm}$ ,  $d = 0$ ,

kõrge rohikatte korral (kõrgus **60–70 cm**):  $u_* = 0.50 \text{ m/s}$ ,  $z_0 = 3 \text{ cm}$ ,  $d = 30 \text{ cm}$ .

Illustratsiooniks on logaritmiline tuule kiiruse profiil maismaal esitatud joonisel 4.5 [???, 1977, 95].



Joon. 4.5. Logaritmiline tuule kiiruse profiil [??? ? ????, 1977, 96].

Logaritmilises profiilis on aluspinna hõõrdemõju väga tugev. Seetõttu ei sisalda tuule kiiruse valem Coriolise parameetrit. Seega loetakse tuule suund muutumatuks. Kõrgemal saab rakendada Ekman-Åkerblomi teooriat, mida selgitab joon. 4.6. Joonisel on kasutatud järgmisi tähistusi:

$\vec{G}$  – gradientjõud, põhjustatud õhurõhu horisontaalsest gradiendist,

$\vec{V}$  – tuule kiirus mingil kõrgusel,

$\vec{V}_{\text{geo}}$  – geostroofiline tuule kiirus,

$h_0, h_1, h_2$  – kõrgused maapinnast,

$h_g$  – geostroofilise nivoo kõrgus.

Joon. 4.7. Tuule kiirusvektori pöördumine kõrgusega.

Ekman-Åkerblomi teooria järgi liigub õhk aluspinna lähedal alati 45° kraadi paremale gradientjõust. Saavutades geostroofilise nivoo, on tuul pöördunud paremale esialgsest suunast veel 45°, seega liigub tuul paralleelselt isobaaridega.

Ekmani kihi paksuseks  $H$  võib lugeda kõrgust  $z$ , kus tuule suund esimest korda ühtib geostroofilise tuule suunaga. Kihi paksus on suurem, kui on tõusvaid õhuvoole:

$H \gg 0.5 \text{ km}$  varajastel suvehommikutel, kui maapind jahe ja tõusvaid õhuvoole vähe,

$H \gg 1.5\text{--}1.9 \text{ km}$  pärast suvist keskpäeva.

Ebastabiilse stratifikatsiooni korral (kergemad kihid allpool), nagu sageli on suvel õhk maismaa kohal (kus intensiivsele turbulentsile vastavad suured  $K_V$  väärtused), on Ekmani kiht paksem.

Merel on tõusvaid õhuvoole vähe, seega ka Ekmani kiht õhem. Tuule kiiruse **12 m/s** juures on mere kohal  $H = 0.35\text{--}0.7 \text{ km}$ . Vaid tormituule **21 m/s** korral on Atlandi ookeanil hinnatud  $H \gg 2 \text{ km}$  [?????? 1986, 268].

Ajalooliselt üritati Ekman-Åkerblomi teooria abil modelleerida ka vahetult aluspinna kohal olevat kuni 100 m paksust õhukihti. Selgus teooria kaks olulist puudust, üks tuule suuna, teine kiiruse kohta.

1. Vahetult aluspinna juures ( $z \approx 0$ ) on Ekman-Åkerblomi teooria järgi **tuule kiiruse ja isobaari vaheline nurk** alati **45°**. Tegelikuses esinevad näiteks järgmised väärtused [?????? 1986, 267]:

$a \gg 25^\circ$  mere kohal,  $LAT N = 70^\circ$ , sest turbulentne sisehõõre mere kohal on väike,

$a \gg 45^\circ$  maismaal,  $LAT N = 70^\circ$ , sest turbulentne sisehõõre maismaa kohal on suur,

$a \gg 60^\circ$  maismaal,  $LAT N = 20^\circ$ , sest Coriolise jõu mõju ekvaatori lähedal on väike.

2. Tegelikuses kasvab tuule kiirus esimese **100 m** ulatuses aluspinna kohal kiiremini kui Ekman-Åkerblomi teooria järgi.

Sisuliseks põhjuseks, miks Ekman-Åkerblomi teooria ei vasta alumise sajameetrise õhukihi puhul tegelikkusele, on turbulentse viskoossuskoefitsiendi  $K_V$  lugemine konstantseks. Teooria ja eksperimendi vastuolu ületasid C.-G. A. Rossby ja R. Montgomery 1932-35 [? ?????? 1984, 604], kes lugesid  $K_V$  alumises sajameetrises kihis kasvavaks.

Tänapäeval on üldlevinud lähendada turbulentse viskoossuskoefitsiendi kasvu neutraalse stratifikatsiooni korral lineaarfunktsioonina kõrgusest

$$K_V = 0.4 u_* z,$$

millest järeldub tuule kiiruse logaritmiline kasv kõrgusega ja nn. logaritmilise kihi olemasolu. Logaritmilise kihi peal (alates kõrgusest **ca 100 m**) paiknebki Ekmani kiht, kus loetakse  $K_V = \text{const}$ .

Kolmas probleem tekib Ekmani kihi ülemises osas, alates kondensatsiooninivoost (pilvede alumise piiri kõrguselt). Kondenseerumisega ja pilvede moodustumisega käivituvad uued õhu tsirkulatsiooni mehhanismid, mis *Cu cong* tüüpi pilvede korral ulatuvad kuni kõrguseni 6 km. Mere kohal on (parasvöötmes) levinumad Sc ja St tüüpi pilved. Sellisel juhul tekib väga püsiv kihistus, mis katab Ekmani kihi (ingl. k. *cloud-topped*).

Märgime, et ookeanis on kaks Ekmani kihti – pinnalähedane ( $\approx 100 \text{ m}$ ) ja põhjalähedane ( $\approx 50 \text{ m}$ ). Viimase analüüsimisel kasutatav atmosfäärse Ekmani kihi uurimise meetodika.

Ekman-Åkerblomi teooria ei ole hästi rakendatav ekvaatori lähedal, sest Coriolise parameeter  $f = 2w \sin j \approx 0$ , kui  $j \approx 0$ .

#### 4.12. Geostroofiline tuul (geostroofiline voolamine)

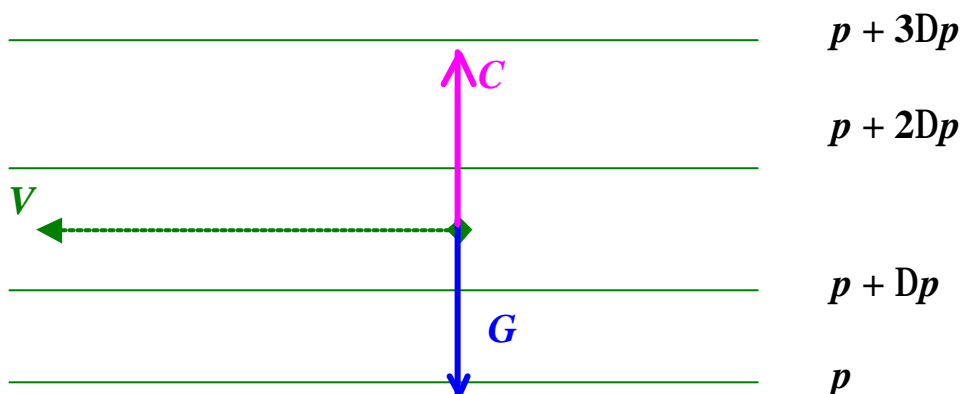
Kujutleme isobaaride (samarõhujoonte) kaarti, kus põhja ilmakaare pool asub kõrgema rõhuga ala, õhurõhk langeb lõunapoole liikudes. Igal järgmisel lõunapoolsemal isobaaril olgu rõhk  $Dp$  võrra väiksem.

Vaatleme kiirusega  $V$  liikuvale õhusakesele mõjuvaid jõudusid (joon. 4.8).

Hõõrdumise puudumisel (piisavalt kõrgel aluspinnast, kus tõusvate õhuvoolude puudumise tõttu pole keeriseid), tasakaalustavad gradientjõud ja Coriolise jõud teineteist.

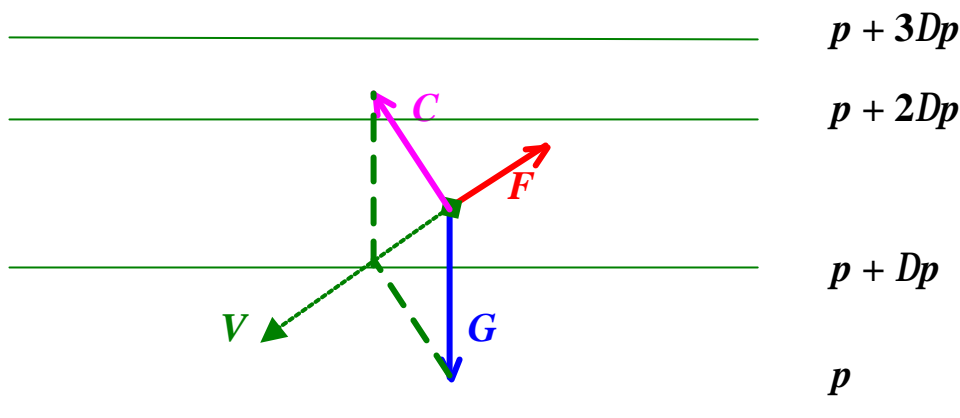
Tuult hõõrdevabas atmosfääris nimet. *geostroofiliseks tuuleks*.

Geostroofiline tuul puhub paralleelselt isobaaridega, põhjapoolkeral selliselt, et **madalama rõhuga ala jääb vasakule**.



Joon. 4.8. Hõõrdejõu puudumisel on õhusakese kiirus paralleelne isobaaridega;  $V$  – tuule kiirus,  $C$  – Coriolise jõud,  $G$  – gradientjõud.

Hõõrdejõu ( $F$ , friktsioonjõud, suund vastupidine kiirusele) lisamine lühendab kiirusvektorit ja vähendab seega ka Coriolise jõudu, kuid Coriolise jõud on suunatud ikka kiirusvektorist  $90^\circ$  paremale. Tasakaal kujuneb nüüd välja 3 jõu ( $G$ ,  $F$ ,  $C$ ) koosmõjul, Coriolise jõud ei ole enam suunatud vastupidises suunas gradientjõule (joon. 4.9).



Joon. 4.9. Hõõrdejõu  $F$  olemasolul väheneb kiirus  $V$ , sellega seoses väheneb ka Coriolise jõud  $C$ ; jõudude tasakaalu kujunemiseks ei saa õhusakese kiirus enam olla paralleelne isobaaridega.

#### 4.13. Tuul tsüklonis ja antitsüklonis

Kui mingil alal paikneb madalama õhurõhuga õhumass (madalam rõhk on niiskes õhus, sest niiskem õhk on kergem kui kuiv õhk), siis gradientjõud lükkab väljaspool madalrõhulohku  $M$  asuvat õhusakest õhumassi keskosa poole.

Pärast liikumahakkamist alustab Coriolise jõud õhuosakese kallutamist paremale (põhjapoolkeral). Kui hõõrdumist mitte arvestada, siis kujuneb õhuosakese liikumistrajektooriks isobaaridele paralleelne joon. Madalama rõhuga ala jääb vasakule (põhjapoolkeral), liikumine toimub vastu kellaosuti liikumist.

Kui õhuosake paikneb kõrgema rõhuga õhumassi sees (kõrgemat rõhku põhjustab kuivem õhk, sest kuiva õhu molekulkaal on raskem kui veeaurul), siis gradientjõud lükkab õhuosakest kõrgrõhuala keskosast **K** eemale, madalama rõhuga alale. Coriolise jõud kallutab jällegi liikumist paremale. Hõõrdumise puudumisel hakkab õhuosake liikuma paralleelselt isobaaridega, kellaosuti liikumise suunas, kõrgrõhuala jääb lookuvast õhuosakesest paremale.

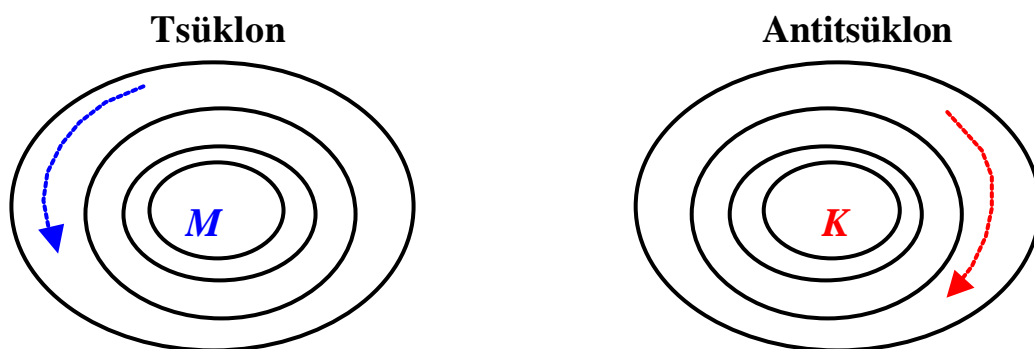
Tähistame isobaarid (samarõhujooned) alates sisemisest:

### Tsüklon

$P$   
 $P + DP$   
 $P + 2DP$   
 $P + 3DP$   
 ...

### Antitsüklon

$P + 3DP$   
 $P + 2DP$   
 $P + DP$   
 $P$   
 ...



Joon. 4.10. Isobaaride (samarõhujoonte) võimalik skeem ja õhuosakese trajektoor tsüklonis ja antitsüklonis.

Hõõrdumise olemasolul ei suuda Coriolise jõud päriselt tasakaalustada gradientjõudu ja õhuosake ei liigu enam päriselt paralleelselt isobaaridega. Trajektoor muutub spiraalseks.

Hõõrdumise olemasolul madalrõhkkonnas kaldub õhuosake kõrvale isobaaridega paralleelselt trajektoorilt ja hakkab liikuma ka madalama rõhu piirkonda. Trajektoor ei ole enam kinine nagu geostroofilisel liikumisel, vaid spiraalne. Õhuosake liigub spiraali südamiku suunas (mööda kinnikeerduvat spiraali). Sellise liikumise tulemusena satub üha rohkem õhku kõige madalama rõhuga alale – madalrõhkkond täitub.

Hõõrdumise olemasolul kõrgrõhkkonnas kaldub õhuosake iga tiiruga eemale kõrgrõhu tsentrist (kõrgrõhkkonna harjast), tegemist on lahtikeerduva spiraaliga. Õhu äravoolamise tõttu kõrgema rõhuga aladelt kõrgrõhkkond hajub (laguneb).

## 5. ÕHURÕHU VÄHENEMINE KÕRGUSEGA

### 5.1. Baariline aste

*baariline aste = baromeetriline aste = baromeetriline kõrgusaste*

Kõrgemale tõustes õhurõhk väheneb, sest õhurõhku määrav ühikulise ristlõikega õhusamba kaal (antud nivoost, millel mõõdetakse õhurõhku kuni atmosfääri ülemise piirini) väheneb. Meenutame, et lihtsustatud juhul, kui samba tihedus kõrgusega ei muutu, oli rõhu valem

$$p = r g h.$$

Selle valemi järgi, kui atmosfääris, mingil kõrgusel maapinnast  $z$ , tõusta pisut kõrgemale,  $Dz$  võrra, väheneb õhurõhk  $Dp$  võrra:

$$Dp = r g Dz, \quad (5.1)$$

eeldusel, et õhu tihedus  $r$  kõrgusvahemiku  $Dz$  ulatuses ei muutu.

**Baromeetriliseks astmeks nimet. kõrgusvahemikku, mille ulatuses on vaja tõusta, et õhurõhk muutuks ühe ühiku võrra.**

SI süsteemi järgi on meteoroloogias kasutatavaks õhurõhu ühikuks

$$1 \text{ hPa} = 1 \text{ mbar},$$

kuid baromeetrilist astet võib arvutada ka varem kasutatud õhurõhu ühiku

$$1 \text{ mmHg}$$

suhtes.

Võtame valemis (5.1) õhurõhu muutuseks

$$1 \text{ hPa},$$

õhu tiheduse ligikaudseks väärtuseks

$$r = 1.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ja arvutame vastava kõrgusvahemiku

$$Dz = \frac{Dp}{r g} = \frac{100}{1.3 \times 9.8} = 7.85 \text{ (m)}.$$

Üldjuhul, näiteks tõustes kõrgemale, õhu tihedus ei ole  $1.3 \text{ kg m}^{-3}$ , seega tuleks valemis

$$Dz = \frac{Dp}{r g} \quad (5.2)$$

õhu tihedus  $\rho$  asendada täpsema avaldisega. Kasutame konspekti esimesest osast niiske õhu tiheduse valemit (3.32, lk 32):

$$\rho = \frac{p}{R_{\text{kuiv}} T_{\text{virtuaalne}}}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{R_{\text{kuiv}} T_{\text{virtuaalne}}}{p},$$

seega

$$Dz = \frac{Dp}{g} \frac{R_{\text{kuiv}} T_{\text{virtuaalne}}}{p} = \frac{Dp}{p} \frac{R_{\text{kuiv}} T_{\text{virtuaalne}}}{g}. \quad (5.3)$$

Esitame virtuaalse temperatuuri Celsiuse skaalas

$$T_{\text{virtuaalne}} = 273.15 + t_{\text{virtuaalne}} = 273.15 \left(1 + \frac{1}{273.15} t_{\text{virtuaalne}}\right).$$

Paigutame selle tulemuse valemisse (5.3):

$$Dz = \frac{Dp}{p} \frac{R_{\text{kuiv}} 273.15}{g} \frac{1}{273.15} + \frac{1}{273.15} t_{\text{virtuaalne}} \frac{Dp}{p}. \quad (5.4)$$

Kuiva õhu gaasikonstant

$$R_{\text{kuiv}} = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}},$$

arvutame valemisse (5.4) kuuluva murru

$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{kuiv}} 273.15}{g} &= 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \frac{273.15 \text{ K s}^2}{9.8 \text{ m}} = 7999.4 \frac{\text{Nms}^2}{\text{kgm}} \gg 8000 \frac{\text{kgms}^2}{\text{kg s}^2} = \\ &= 8000 \text{ m} \end{aligned}$$

Baromeetrilise astme valem (5.4) lihtsustub

$$Dz = \frac{Dp}{p} 8000 \frac{1}{273.15} + \frac{t_{\text{virtuaalne}}}{273.15} \frac{Dp}{p} \text{ meetrit}. \quad (5.5)$$

Virtuaalne temperatuur on alati pisut kõrgem tavalisest temperatuurist, esitame vastavate temperatuuriparandite väärtused (konspekti I osa, lk 33)

Tabel. Virtuaalsed temperatuuriparandid.

$p, \text{ mb}$	$^{\circ}\text{C}$								
	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
1000	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	1.3	2.6	4.9	8.8
500	0.0	0.1	0.2	0.3	1.2	-	-	-	-

Madalamatel rõhkudel ja madalamatel temperatuuridel on virtuaalsed temperatuuriparandid veelgi väiksemad, seepärast baromeetrilise astme valemis asendatakse mõnikord virtuaalne temperatuur tavalisega

$$Dz = \frac{Dp}{p} 8000 \frac{t}{273} + \frac{t}{273} \text{ meetrit,} \quad (5.6)$$

võrrelge tulemust M. Jürissaare õpiku omaga, lk 26. Kasutame ka sama õpiku näiteid.

### Näide 1.

$$p = 1000 \text{ mbar,}$$

$$Dp = 1 \text{ mbar,}$$

$$t = 27.3 \text{ }^\circ\text{C,}$$

$$Dz = \frac{1}{1000} 8000 \frac{27.3}{273} + \frac{27.3}{273} = 8 [1 + 0.1] = 8 \times 1.1 = 8.8 \text{ (m) .}$$

### Näide 2.

$$p = 400 \text{ mbar,}$$

$$Dp = 1 \text{ mbar,}$$

$$t = -27.3 \text{ }^\circ\text{C,}$$

$$Dz = \frac{1}{400} 8000 \frac{-27.3}{273} - \frac{27.3}{273} = 20 [1 - 0.1] = 20 \times 0.9 = 18 \text{ (m) .}$$

Baarilist astet kasutatakse praktikas baromeetrilisel nivelleerimisel, st kõrguste vahe määramisel õhurõhu muutuste kaudu valemi (5.6) järgi.

## **5.2. Õhurõhu taandamine merepinnale**

Meteojaamade kõrgus (meetrites) on väga täpselt teada (geodeetilise nivelleerimise alusel). Ilmakaardide koostamiseks on tarvis erinevate jaamade õhurõhud taandada mingile kindlale kõrgusele. Selleks kõrguseks on rahvusvahelisel kokkuleppel võetud merepind. Rõhkude taandamine merepinnale toimub konkreetsele ilmajaamale vastavate tabelite alusel, mis on koostatud valemi (5.6) alusel.

## **5.3. Baromeetiline nivelleerimine**

Kõrguse määramist õhurõhu kaudu nimet. *baromeetriliseks nivelleerimiseks*. Väidetakse, et selle meetodiga saab kõrguste vahet määrata 1 m täpsusega (Aruksaar *et al.*, 1964).

Ajalooliselt on tuntud Johann Friedrich Parrot (1791–1841) ekspeditsioonid igilume kõrguste määramiseks Alpides ja Püreneedes, samuti Ararati mäe (5156 m) kõrguse määramine. Fr. Parrot kasutas endakonstrueeritud Hg-reisibaromeetrit, mis saavutas tuntuse.

**Johann Jacob Friedrich Wilhelm Parrot (14. okt. 1791 Karlsruhe – 3. jaan 1841 Tartu, maetud Vana Jaani kalmistule).** Õppis 1807–1814 TÜ-s arstiteadust, meditsiini- ja kirurgiadoktor. Üliõpilasena võttis osa prof. M. Engelhardti Kaukaasia ja Krimmi ekspeditsioonidest.

Reisidel tehtud füüsikalise-geograafiliste uuringute trükis avaldamise järel valiti 1816 Peterburi TA korrespondentliikmeks. Oli 1821–1826 TÜ arstiteaduskonna füsioloogia- ja patoloogiaprofessor, 1826–1841 füüsikaprofessor, jätkates seega oma isa G.F. Parroti tööd; 1831–1834 rektor.

Tõusis esimesena (1829) Ararati tippu ja mõõtis baromeetriselt selle kõrguse. TÜ muuseumis säilitatakse 2 tema reisibaromeetrit (*Universitas Tartuensis*, 25.10.2002).

**Ülesanne 1.** Arvutada baromeetiline aste rõhuühiku **1 mm Hg** jaoks.

**Ülesanne 2** Hinnata, kui täpselt peab mõõtma õhurõhku millibaarides, et määrata kõrgust täpsusega **1m**.



## 6. IDEAALSE GAASI ERISOOJUSED

### 6.1. Keha soojusmahtuvus ja erisoojus

Keha massiga  $m$  ja algtemperatuuriga  $T_1$  (näiteks vedelik või gaas kalorimeetris) sai soojendamise tulemusena soojushulga  $Q$ , välisjõudude vastu tööd ei tehtud.

Keha temperatuur tõusis väärtuseni  $T_2$ .

Katsed näitavad, et temperatuuri muutus  $T_2 - T_1$  on võrdeline soojushulgaga  $Q$ :

$$Q \sim (T_2 - T_1).$$

Et saada võrdust, tuleb lisada võrdetegur:

$$Q = c_{\text{keha}} (T_2 - T_1),$$

võrdetegurit  $c_{\text{keha}}$  nimet. keha soojusmahtuvuseks, ühik  $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ .

Juhul, kui temperatuurimuutus on ühikuline, s.t. et

$$T_2 - T_1 = 1,$$

saab kehale antud soojushulk  $Q$  võrdseks soojusmahtuvusega  $c_{\text{keha}}$ , siit järgnebki soojusmahtuvuse definitsioon:

**keha soojusmahtuvus on soojushulk, mis tuleb kehale anda selle temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra.**

Keha soojusmahtuvus sõltub:

- 1) keha materjalist,
- 2) keha massist,
- 3) välistingimustest – temperatuur, rõhk.

Otstarbekas on defineerida suurus, mis näitaks soojusmahtuvust kindla massi (näit. massiühiku) kohta. Massiühiku temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra kulub soojust  $m$  korda vähem kui massi  $m$  korral:

$$c = \frac{c_{\text{keha}}}{m}.$$

Aine massiühiku soojusmahtuvust nimetatakse **aine erisoojuseks**.

Kui ainet pole mitte massiühik, vaid **mool**, s.t., et mass on  $m$ , siis kulub soojust temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra  $m$  korda rohkem, kui on erisoojus:

$$\underbrace{C}_{\text{molaarne soojusmahtuvus}} = \underbrace{c}_{\text{erisoojus}} \underbrace{m}_{\text{moolimass}}.$$

Termodünaamika valemid lihtsustuvad, kui vaadeldav ainekogus on üks mool, seetõttu on termodünaamikas levinum just **molaarse** (või **kilomolaarse**) soojusmahtuvuse kasutamine. Käesolevas kursuses püüame igakordselt eraldi rõhutada, millise ainekogusega (massiühik, mool, suvaline kogus) on tegemist.

Termodünaamika kui teooria ülesehitamisel on osutunud otstarbekaks käsitleda soojusmahtuvuse probleeme eeldades spetsiifilisi välistingimusi – kas **konstantset ruumala** või **konstantset rõhku**. Vastavalt defineeritakse **isokoorne soojusmahtuvus** ja **isobaarne soojusmahtuvus**.

## 6.2. Isokoorne soojusmahtuvus

*chora* (kr. k.) – ruumala

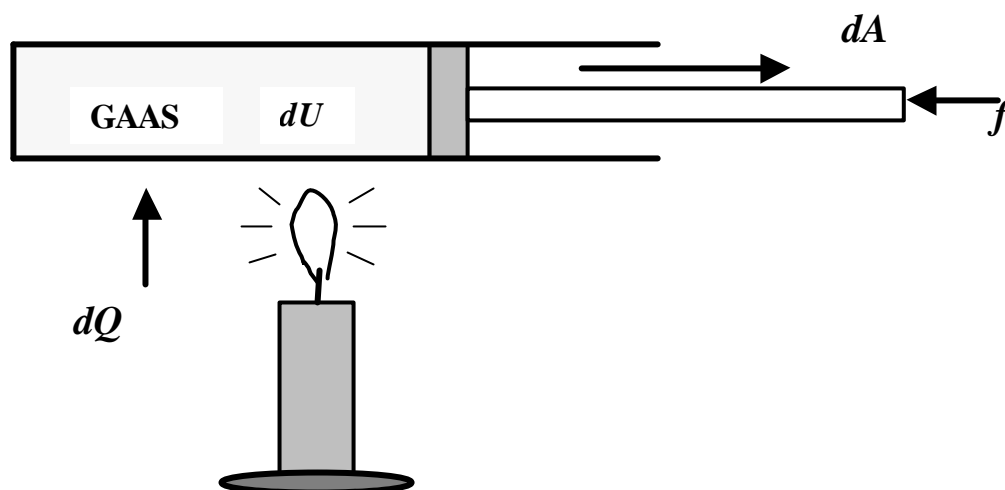
**Isokoorseteks** nimet. protsesse, mis kulgevad **konstantse ruumala** tingimustes, s.o. kinises, jäikade seintega ruumis ( $V = \text{const}$ ). Tähistused:

$C_V$  ,  $c_V$  , (indeks märgib, et  $V = \text{const}$ ).  
 molaarne isokoorne soojusmahtuvus      isokoorne erisoojus

*isokoorne = isokooriline, isohoorne, isohooriline*

Isokoorse soojusmahtuvuse tõlgendamiseks lähtume termodünaamika esimesest seadusest:

**süsteemile antud soojushulk läheb süsteemi siseenergia juurdekasvuks ja töö tegemiseks süsteemi välisjõudude vastu.**



Joon. 6.1. Silindris asuvalle gaasile antud soojushulga  $dQ$  arvel suurendatakse gaasi siseenergia  $dU$  võrra ja tehakse tööd  $dA$  välisjõudude vastu.

$$\underbrace{dQ}_{\substack{\text{kehale} \\ \text{antav} \\ \text{soojushulk}}} = \underbrace{dU}_{\substack{\text{keha} \\ \text{siseenergia} \\ \text{muutus}}} + \underbrace{dA}_{\substack{\text{töö} \\ \text{välisjõudude} \\ \text{vastu}}} . \quad (1)$$

Kui

$$V = \text{const},$$

siis välisjõudude vastu tööd ei tehta

$$dA = 0$$

ning valemist (1) jääb järele

$$dQ = dU. \quad \text{ü} : dT \quad (2)$$

Oletame, et **1-moolise** keha temperatuur tõusis  $dT$  võrra. Keha (molaarse) soojusmahtuvuse leidmiseks jagame võrrandit (2)  $dT$  - ga:

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT},$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{C_V}$$

soojushulk 1-moolise keha temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra jääval ruumalal ehk **molaarne isokoorne soojusmahtuvus**

$$C_V = \frac{dU}{dT}, \quad dU = C_V dT. \quad (3)$$

### 6.3. Isobaarne soojusmahtuvus

*iso* (kr.k.) – sama, võrdne

*baros* (kr. k.) – raskus, kaal

**Isobaarseteks** nimet. protsesse, mis kulgevad jääval rõhul ( $p = \text{const}$ ). Tähistused:

$$\underbrace{C_p}, \quad \underbrace{c_p}, \quad (\text{indeks märgib, et } p = \text{const})$$

molaarne isobaarne soojusmahtuvus (ainekogus 1 mool)

isobaarne erisoojus (ainekogus 1 massiühik)

Olgu meil jälle **1 mool** ideaalset gaasi. Soojendame seda jääval rõhul. Kuidas seda tehniliselt teha? Kasutatakse liikuvat kolviga silindrit

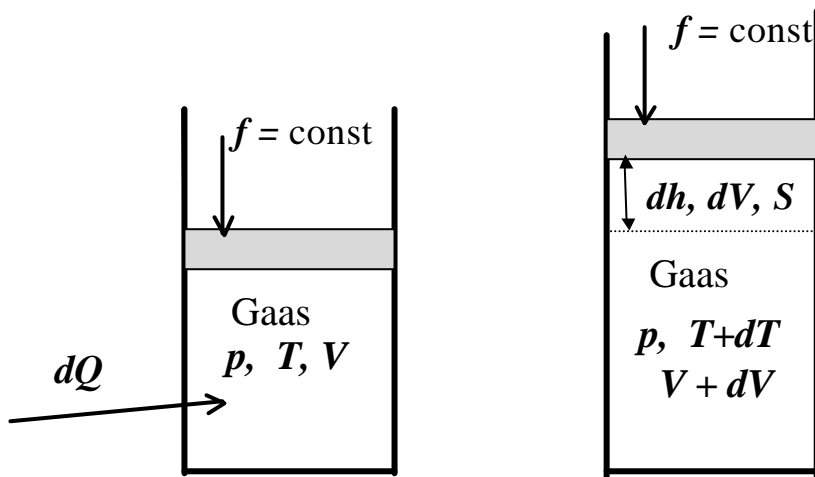
Anname gaasile väikese soojushulga  $dQ$ . Termodünaamika 1. seaduse järgi (valem (1)):

$$dQ = dU + dA. \quad (1, \text{lk } 26)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{kehale antav soojushulk}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{keha siseenergia muutus}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{töö välisjõudude vastu}}$

Arvutame töö välisjõudude vastu. Välisjõuks on liikuvale kolvile väljastpoolt avaldatav jõud  $f$  (see võib olla näiteks silindrist väljaspool oleva gaasi rõhujõud, mingi mehhanismi poolt avaldatav jõud jne):

$$dA = f dh.$$



Joon. 6.2. Gaasile antava soojushulga  $dQ$  arvel tõuseb kolb  $dh$  võrra.

Kolvi tõstmiseks peab silindris asuv gaas avaldama liikuvale kolvile sama suurt rõhujõudu  $f$ , gaasi rõhujõud võrdub gaasi rõhu  $p$  ja kolvi ristlõike pindala  $S$  korrutisega:

$$f = p S .$$

Paigutame jõu  $f$  jaoks saadud avaldise töö  $dA$  valemisse

$$\underline{dA} = p S dh = \underline{p dV}.$$

Paigutame elementaarse töö  $dA$  jaoks saadud avaldise termodünaamika 1. seaduse valemisse (1, lk 26):

$$dQ = dU + p dV,$$

kuid valemi (3, lk 27) järgi  $dU = C_V dT$ , seega

$$\boxed{dQ = C_V dT + p dV.} \quad (4)$$

Jagame tulemust temperatuuri juurdekasvuga  $dT$ :

$$\underbrace{\frac{dQ}{dT}}_{C_p} = C_V + p \frac{dV}{dT} ,$$

$$C_p = C_V + p \frac{dV}{dT}, \quad (5)$$

$$\frac{dV}{dT} = ?$$

Suhtele  $\frac{dV}{dT}$  lihtsama kuju andmiseks kasutame Clapeyron-Mendeleejevi võrrandit ühe mooli ideaalse gaasi jaoks

$pV = RT$  Märkus: kui gaasikogus ei oleks **1 mool**, vaid suvaline, näiteks **m**, siis omaks Clapeyron-Mendeleejevi võrrand kuju

$$pV = \underbrace{\frac{m}{m}}_{\text{moolide arv}} RT$$

Avaldame ruumala  $V$ :

$$V = \frac{R}{p} T, \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dT} \text{ diferentsime (võtame tuletise) } T \text{ järgi}$$

$$\frac{dV}{dT} = \frac{R}{p}.$$

Paigutame tulemuse  $C_p$  valemisse (5):

$$\boxed{C_p = C_V + R} \text{ Mayeri valem (gaasikogus 1 mool).}$$

Seega: ideaalse gaasi molaarne isobaarne soojusmahtuvus ületab isokoorse molaarse soojusmahtuvuse universaalse gaasikonstandi võrra. Füüsikaline põhjus: isobaarsel soojendamisel tuleb teha tööd gaasi ruumala suurendamiseks.

Et saada analoogset võrrandit erisoojuste (st massiühiku) jaoks, jagame Mayeri valemit  $m$  - ga ( $m$  – ühe mooli mass):

$$\underbrace{\frac{C_p}{m}}_{\text{isobaarne erisoojus}} = \underbrace{\frac{C_V}{m}}_{\text{isokoorne erisoojus}} + \frac{R}{m} \quad (\text{ainekogus 1 massiühik, näit. 1 kg}).$$

$$\boxed{c_p = c_V + \frac{R}{m}} \text{ Mayeri valem erisoojustele (gaasikogus 1 massiühik, näit. 1 kg).}$$

#### 6.4. Suhte $c_p/c_v$ leidmine

**Molekuli vabadusastmete mõiste.** Molekuli kineetiline energia koosneb nii kulg-, pöörd- kui võnkliikumise energiast. Kulgliikumine võib toimuda kolmes üksteisest sõltumatus suunas, teisiti öeldes – molekulil on kolm kulgliikumise vabadusastet.

Pöördliikumine võib samuti toimuda kolme erineva telje ümber, seega on molekulil ka kolm pöördliikumise vabadusastet. Tõsi, üheaatomilise molekuli pöörlemine võtab nii vähe energiat, et selle võib arvestamata jätta. Kaheaatomilise molekuli pöörlemine ümber mõlemat aatomit läbiva telje võtab samuti väga vähe energiat. Seega on 2-aatomilisel molekulil reaalset vaid 2 pöörlemise vabadusastet.

**Demo:** Kaheaatomilise molekuli pöörlemise vabadusastmed.

Kõrgetel temperatuuridel võib molekul ka võnkuda. Võnkliikumise vabadusastmete arv sõltub samuti aatomite arvust molekulis.

Tähistame gaasimolekuli vabadusastmete arvu tähega  $i$ .

Saab tõestada, et gaasi molaarne isokoorne soojusmahtuvus  $C_V$  ja molaarne isobaarne soojusmahtuvus  $C_p$  avalduvad vastavalt valemitega

$$C_V = \frac{i}{2} R ,$$
$$C_p = \frac{i + 2}{2} R .$$

Viimaste valemite järgi on lihtne leida suhet  $c_p/c_v$  :

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i + 2}{i} .$$

Kaheaatomilise gaasi korral, mis pole kõrgel temperatuuril, on vabadusastmete arv 5 (3 - kulgliikumise ja 2 pöördliikumise vabadusastet, tavatemperatuuridel võib võnkliikumise vabadusastmed jätta arvestamata), seega

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5 + 2}{5} = \frac{7}{5} = 1.4 .$$

Õhk on erinevate gaaside segu, kuid domineerivad kaheaatomilised  $N_2$  ja  $O_2$ , seega õhu jaoks suhe  $c_p/c_v \gg 1.4$ . Katsed (ka füüsika praktikumis) kinnitavad seda tulemust.

## 7. TEMPERATUURI VÄHENEMINE KÕRGUSEGA

### 7.1. Temperatuuri gradienti homogeenes, kuivas atmosfääris

Kasutame tiheduslikult homogeenise kuiva atmosfääri mudelit:

$$\rho(z) = \rho_0 = \text{const.}$$

Meenutame sellise atmosfääri kõrguse määramist, lähtume hüdrostaatika valemist

$$p_0 = \rho_0 g H,$$

kus kuiva õhu tihedus

$$\rho_0 = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

ning

$$g = \text{const} = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$p_0 = 1013.25 \text{ mbar} = 1013.25 \text{ hPa} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

Homogeenise atmosfääri paksus:

$$H = \frac{p_0}{\rho_0 g} = \frac{1.01325 \times 10^5}{1.293 \times 9.81} = 7996.35 \text{ (m)} \gg 8 \text{ km.}$$

(N<sub>2</sub> - 6200 m, O<sub>2</sub> - 1700 m, Ar - 74 m, CO<sub>2</sub> - 2.5 m, Ne - 0.014 m, CH<sub>4</sub> - 0.005 - 0.01 m.)

Kuiva õhu eeldus on tehtud atmosfäärimudeli lihtsustamiseks – et ei peaks esialgu arvesse võtma kondenseerumist. Reaalsele atmosfäärile vastavas kuivas atmosfääris on H<sub>2</sub>O-auru 6 - 75 m gaasilisena või 1 mm – 6 cm veeldatuna.

Olekuvõrrand kuivale õhule

$$pV = \frac{m}{m_{\text{kuiv}}} RT = m \frac{R}{m_{\text{kuiv}}} T, \quad (7.1.1)$$

kus kuiva õhu moolimass e. molaarmass ja kilomoolimass

$$m_{\text{kuiv}} = 0.02896 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} = 28.96 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

ja universaalne gaasikonstant

$$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \times \text{mol}} = 8.314 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \times \text{kmol}}.$$

Arvutame kuiva õhu erigaasikonstandi (st gaasikonstandi massiühiku kohta):

$$R_{\text{kuiv}} = \frac{R}{m_{\text{kuiv}}} = \frac{8.314 \times 10^3}{28.96} = 287 \frac{\text{J}}{\text{K} \times \text{kg}}.$$

Olekuvõrrand massiga  $m$  kuivale õhule avaldub nüüd kujus

$$pV = m R_{\text{kuiv}} T, \quad \frac{1}{2} : V \quad (7.1.2)$$

$$p = \underbrace{\frac{m}{V}}_r R_{\text{kuiv}} T.$$

Kuiva atmosfääri olekuvõrrandi võime seega avaldada kujus

$$p = r R_{\text{kuiv}} T, \quad (7.1.3)$$

erijuhul, homogeenses atmosfääris  $r = r_0$ , seega homogeense kuiva atmosfääri olekuvõrrand:

$$p = r_0 R_{\text{kuiv}} T. \quad (7.1.4)$$

Avaldame viimasest võrrandist temperatuuri

$$T = \frac{p}{r_0 R_{\text{kuiv}}}, \quad (7.1.5)$$

diferentsime saadud temperatuuriavaldist kõrguse  $z$  järgi

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{r_0 R_{\text{kuiv}}} \frac{dp}{dz}. \quad (7.1.6)$$

Teisalt, rõhk homogeenses atmosfääris kahaneb kõrgusega lineaarselt

$$p = p_0 - g r_0 z, \quad (7.1.7)$$

avaldame siit rõhu vertikaalse gradiendi

$$\frac{dp}{dz} = - g r_0 \quad (7.1.8)$$

ja paigutame temperatuuri gradiendi valemisse (7.1.6):

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{r_0 R_{\text{kuiv}}} (- g r_0) = - \frac{g}{R_{\text{kuiv}}}. \quad (7.1.9)$$

Kasutame temperatuuri vertikaalse gradiendi mõistet – gradient näitab kiireima muutuse suunda ja suurust, gradiendi all laiemas tähenduses mõeldakse gradientvektori pikkust e. moodulit. Tähistame temperatuuri gradiendi homogeenses kuivas atmosfääris sümboliga  $g_{\text{hom}}$  (Matv., lk 81):

$$g_{\text{hom}} = - \frac{dT}{dz} = \frac{g}{R_k} = \frac{9.81}{287} = 0.0342 \frac{\text{K}}{\text{m}} = 3.42 \frac{\text{K}}{100 \text{ m}} = 3.42 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ m}}. \quad (7.1.10)$$

Seega homogeenses kuivas atmosfääris langeb temperatuur lineaarselt (Matv., 81):

$$T = T_0 - g_{\text{hom}} z. \quad (7.1.11)$$



## 7.2. Termodünaamika 1. seadus meteoroloogias

Anname termodünaamika esimesele seadusele kuju, kus ruumala  $V$  asemel on rõhk  $p$ , mis võimaldab hiljem tuletada temperatuuri vertikaalse gradiendi nii realses kui realses niiskes atmosfääris, kus õhu tihedus kõrgusega langeb. Lähtume kolmest valemist:

1) TD 1. s. (4, lk 28):  $dQ = C_V dT + p dV,$

2) Mayeri valem (gaasikogus 1 mool):  $C_p = C_V + R,$

3) Clapeyron-Mendeleejevi võrrand:  $pV = RT.$

Avaldame Mayeri valemi abil isokoorse soojusmahtuvuse  $C_V$  isobaarse kaudu

$$C_V = C_p - R$$

ja teisendame TD 1. seadust

$$dQ = (C_p - R) dT + p dV,$$

$$dQ = C_p dT - R dT + p dV. \quad (7.2.1)$$

teisendame neid liikmeid

Diferentsime Clapeyron-Mendeleejevi valemit aja  $T$  järgi

$$pV = RT,$$

$$V \frac{dp}{dT} + p \frac{dV}{dT} = R,$$

korrutame võrduse mõlemaid pooli  $dT$  -ga:

$$V dp + p dV = R dT,$$

$$- R dT + p dV = - V dp,$$

tulemus võimaldab asendada (7.2.1) kaks viimast liiget ja esitada TD 1. s. kujus

$$\boxed{dQ = C_p dT - V dp,} \quad (7.2.2)$$

kasutame uuesti Mendeleejev-Clapeyroni valemit ja avaldame ruumala  $V$ :

$$pV = RT,$$

$$V = \frac{R}{p} T$$

ning saame TD 1. seadusele kuju, kus ruumala  $V$  asemel on rõhk  $p$ :

$$\boxed{dQ = C_p dT - RT \frac{dp}{p}.} \quad (7.2.3)$$

Valemeid (7.2.2) ja (7.2.3) kasutatakse meteoroloogias vertikaalsete temperatuuriprofiilide arvutusteks.

### 7.3. Adiabaatiline protsess

Õhu- või veemassis toimuvaid protsesse nimetatakse *adiabaatilisteks*, kui need toimuvad soojusvahetuseta ümbritseva keskkonnaga.

Kui näiteks tumeda aluspinna kohal päikesepaistel soojenenud õhumass (teatud kogus õhku ehk suur õhumull) muutub kergemaks ümbritsevast õhust, siis ta tõuseb vastavalt Archimedese seadusele. Õhumassi tõustes rõhk tema sees langeb, seega langeb ka temperatuur. Kuid rõhu langusest tingitud temperatuuri alanemine toimub ülikiiresti, ilma et toimuks märkimisväärset energiavahetust ümbritseva õhuga (ümbritseva õhuga võib toimuda nii kiirguslik kui molekulaarne soojusvahetus).

Sellisel juhul ei ole gaasimassi paisumistöö toetatud välise soojushulgaga, st et TD 1. s. valemities (7.2.2) ja (7.2.3) võib lugeda väljastpoolt antud soojushulga nulliks

$$dQ = 0.$$

Vastavalt lihtsustuvad adiabaatilise protsessi korral TD 1. s. valemities (7.2.2) ja (7.2.3):

$$C_p dT - V dp = 0, \quad (7.3.1)$$

$$C_p dT - RT \frac{dp}{p} = 0, \quad (7.3.2)$$

kus  $T$  on adiabaatiliselt tõusva õhumassi temperatuur. Minnes saadud valemities rõhu  $p$  muutustelt kõrguse  $z$  muutustele, saadakse järgnevas alajaotuses temperatuuri vertikaalne gradient.

### 7.4. Temperatuuri kuivadiabaatiline gradient

Kasutame TD 1. s. valemities (7.3.1) mitte mooli, vaid massiühiku jaoks:

$$c_p dT - v dp = 0, \quad (7.4.1)$$

kus  $c_p$  on (niiske) õhu erisoojus ja  $v$  õhu eriruumala.

Tõustes atmosfääris  $dz$  võrra, muutub rõhk hüdrostaatika valemites järgi

$$dp = -g \rho dz = -g \frac{1}{v} dz, \quad (7.4.2)$$

paigutades tulemites eelmisesse valemitiesse  $dp$  asemites, saame:

$$c_p dT + g dz = 0, \quad (7.4.3)$$

millest temperatuurimuutus ühikulise kõrgusemuutuse kohta  $z$ -telje positiivses suunas:

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{g}{c_p}. \quad (7.4.4)$$

Tulemitesest näeme, et adiabaatiline temperatuurimuutus kõrgusega on alati kahanev.

Rangelt võttes on  $c_p$  niiske õhu erisoojus, mis aga erineb vähe kuiva õhu omast, seepärast võetakse arvutustes  $c_p$  väärtuseks kuiva õhu erisoojus:

$$c_p = 1006 \frac{\text{J}}{\text{kg} \times \text{K}} \text{ (kuiva) õhu erisoojus.}$$

Temperatuuri gradiendi jaoks (st gradientvektori pikkuse e. mooduli jaoks) kasutatakse tähistust

$$g_a = \frac{g}{c_p} = \frac{9.81 \text{ m} \times \text{kg} \times \text{K}}{\text{s}^2 \times 1006 \text{ J}} = 0.00975 \frac{\text{m} \times \text{kg} \times \text{K}}{\text{s}^2 \times \text{N} \times \text{m}} \gg 0.0098 \frac{\text{kg} \times \text{K} \times \text{s}^2}{\text{s}^2 \times \text{kg} \times \text{m}},$$

seega

$$g_a \gg 0.0098 \frac{\text{K}}{\text{m}} = 0.98 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ m}} \gg 1 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ m}},$$

$$g_a \gg 1 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ m}}.$$

Tulemust nimetatakse temperatuuri kuivadiabaatiliseks gradiendiks Sõna *kuiv* tähendab seda, et temperatuuri langedes ei toimu veel kondenseerumist. Suvises õhus võib temperatuur kuivadiabaatiliselts langeda kuni kõrguseni ca 800 m. Seejärel algab kondenseerumine, mis on visuaalselt jälgitav (rünk)pilvede tekkimisena.

## 7.5. Temperatuuri märgadiabaatiline gradient

Lähtume jälle TD 1. s. olukorras, kus me ei arvestanud ei aurustumist ega kondenseerumist (valem 4, lk 28):

$$dQ = C_V dT + p dV, \quad (7.5.1)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}$   
juurdeantav  
energia

$\underbrace{\hspace{2em}}$   
siseenergia  
muutus

$\underbrace{\hspace{2em}}$   
paisumistöö

Adiabaatilisel juhul (õhumassi adiabaatilisel tõusmisel) on juurdeantav soojus  $dQ = 0$ :

$$0 = C_V dT + p dV. \quad (7.5.2)$$

Analüüsime nüüd olukorda, kus ühikulise massiga õhukogus jätkab tõusmist pärast kondensatsiooninivoo saavutamist. Olgu õhumassi eriniiskus (veeauru suhteline mass)  $s$ , (kuna kogu õhumass on ühikuline, siis  $s$  on arvuliselt võrdne veeauru massiga vaadeldavas õhukoguses). Kondensatsiooninivoo saabumisel algab osa niiskuse väljakondenseerumine. Edasistel tõusul muutub (väheneb) eriniiskus: kui kõrgus muutub  $dz$  võrra, siis eriniiskus  $ds$  võrra. Tähistame aurustumis-kondenseerumissoojuse sümboliga  $L$  (kokkuleppeliselt  $L > 0$ ) Ühikulise massiga õhukoguse eriniiskuse muutusel  $ds$  võrra eraldub või neeldub soojust

$$L ds.$$

Õhumassi tõusmisel on see soojakogus formaalselt samaväärne väljast juurdeantava soojustega, seega peab ta paiknema võrrandite (7.5.1) või (7.5.2) vasakul poolel:

$$-L ds = c_v dT + p dv, \quad (7.5.3)$$

märk “-“ on lisatud, et saada kahaneva  $ds$  korral positiivset suurust. Saadud valem ongi nn *märgadiabaatilise protsessi* võrrand. Teisendame võrrandi parema poole samasugusele kujule nagu (7.4.3):

$$\begin{aligned} -L ds &= c_p dT + g dz, \\ c_p dT + g dz + L ds &= 0, \end{aligned} \quad (7.5.4)$$

oleme saanud märgadiabaatilise protsessi võrrandi samal kujul, nagu see on L. Matvejevi (1984, lk 107) õpikus. Märgadiabaatiline gradient

$$g'_a = - \frac{dT}{dz} = \underbrace{\frac{g}{c_p}}_{g_a} + \frac{L}{c_p} \frac{ds}{dz}$$

ehk

$$g'_a = g_a + \frac{L}{c_p} \frac{ds}{dz}. \quad (7.5.5)$$

Õhumassi tõustes eriniiskus väheneb, seega  $ds < 0$ , seega on ka kogu märgadiabaatiline parandusliige negatiivne

$$\frac{L}{c_p} \frac{ds}{dz} < 0,$$

järelikult on märgadiabaatiline temperatuurimuutus alati väiksem kuivadiabaatilisest

$$g'_a < g_a.$$

Tabel. Märgadiabaatilised temperatuurigradiendid, °C/100 m

$p$ hPa	$t$ °C				
	-60	-10	0	10	20
1000	0.973	0.763	0.658	0.532	0.435
600	0.970	0.674	0.557	0.436	0.356
400	0.968	0.594	0.478	0.371	0.307

Kuivadiabaatiline gradient oli praktiliselt konstantne, märgadiabaatiline sõltub temperatuurist ja õhurõhust (kõrgusest). Madalatel temperatuuridel, mil õhus on vähe niiskust, läheneb märgadiabaatiline gradient kuivadiabaatilisele.

## 7.6. Atmosfääri vertikaalne tasakaal

Mingi objekt või süsteem võib olla kolmes erinevas tasakaaluolekus:

- 1) **stabiilne** e. püsiv tasakaal,
- 2) **labiilne** e. ebapüsiv tasakaal,
- 3) **indifferentne e. neutraalne** e. ükskõikne tasakaal.

Näitena on nimetatud kolm tasakaaluasendit sfäärilise kuulikese jaoks esitatud joonisel 7.1.



Joonis 7.1. Erinevad tasakaaluolekud sfäärilise kuulikese jaoks.

Kujutleme atmosfääris mingil kõrgusel  $z$  mingit kogust (näit.  $1 \text{ m}^3$ , ingl. k. *parcel*) õhku. See õhukogus on:

- 1) **stabiilse tasakaalu olukorras**, kui vertikaalselt ära nihutatuna surub ümbritsev õhk teda tagasi oma algnivoo suunas,
- 2) **labiilse tasakaalu olukorras**, kui teda oma asukohast vertikaalselt ära nihutades surub ümbritsev õhk teda veelgi kaugemale oma algnivoost, st võimendab esialgset häiritust,
- 3) **indifferentse tasakaalu olukorras**, kui teda oma asukohast vertikaalselt ära nihutades ei suru ümbritsev õhk teda ei algnivoo suunas ega eemale oma algnivoost, st äranihutatud õhukogus võib jääda uuele nivoole.

Näitame, et atmosfääris on õhu vertikaalne tasakaal määratud temperatuuri vertikaalse gradiendiga. Tähistame:

$T(z)$  – õhu temperatuur algnivool kõrgusega  $z$ ,

$g$  – temperatuuri gradient selles õhumassis (NB! see ei pruugi olla adiabaatiline),

$T_{\text{ind}}(z)$  – suuremast õhumassist mõtteliselt eraldatud väikese, individuaalse õhukoguse (näit.  $1 \text{ m}^3$ ) temperatuur algnivool,

$Dz$  – suuremast õhumassist mõtteliselt eraldatud väikese õhukoguse (näit.  $1 \text{ m}^3$ ) vertikaalne nihe, näiteks üles.

Olgu algnivool suurema ja väiksema õhumassi temperatuurid võrdsed:

$$T(z) = T_{\text{ind}}(z). \quad (7.6.1)$$

Vertikaalse nihke tulemusena satub väike õhukogus nivoolt  $z$  nivoole  $z + Dz$ , kus ümbritseva õhu temperatuur on (konkreetsuse mõttes eeldame, et  $Dz > 0$ ):

$$T(z + Dz) = \underline{T(z) - g Dz}. \quad (7.6.2)$$

Vertikaalse nihke saanud väikese õhukoguse rõhk muutub (üles nihutamisel langeb), temperatuur muutub seetõttu adiabaatilisel, gradiendiga  $g_{\text{adiab}}$ . Individuaalse õhukoguse temperatuur uuel (kõrgemal) nivool

$$T_{\text{ind}}(z + Dz) = \underline{T(z) - g_{\text{adiab}} Dz}. \quad (7.6.3)$$

Individuaalse õhukoguse ja suurema õhumassi temperatuuride erinevus nivool  $z + Dz$ :

$$T_{\text{ind}}(z + Dz) - T(z + Dz) = (g - g_{\text{adiab}}) Dz. \quad (7.6.4)$$

Temperatuuride erinevuse järgi saab ideaalse gaasi olekuvõrrandit kasutades arvutada tiheduste erinevuse. Kuna tegemist on niiske õhuga, oleks korrektne kasutada tiheduse arvutamisel tavalise temperatuuri asemel virtuaalset temperatuuri, st valemit:

$$(3.32, \text{I osa, lk 32}) \quad r = \frac{p}{R_{\text{kuiiv}} T_{\text{virtuaalne}}},$$

kuid kuna tavalise ja virtuaalse temperatuuri erinevus on väike, kasutame tiheduse valemis tavalist temperatuuri  $T$ . Õhu tihedused algnivool  $z$ :

$$r(z) = r_{\text{ind}}(z) = \frac{p(z)}{R_{\text{kuiiv}} T(z)}. \quad (7.6.5)$$

Ümbritseva õhu tihedus (e. keskkonna tihedus) nivool  $z + Dz$ :

$$r(z + Dz) = \frac{p(z + Dz)}{R_{\text{kuiiv}} [T(z) - g Dz]} = \frac{p(z) - r(z)g Dz}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)} \frac{1}{\left(1 - \frac{g Dz}{T(z)}\right)}. \quad (7.6.6)$$

Kasutame viimase murru jaoks järgmist tuntud reaksarendust:

$$\frac{1}{1 - a} = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots, \quad \text{mis kehtib, kui } |a| < 1,$$

võttes reaksarendusest ainult kaks esimest liiget (eeldusel, et  $Dz$  on väike):

$$\frac{1}{1 - \frac{g Dz}{T(z)}} \approx 1 + \frac{g Dz}{T(z)},$$

$$r(z + Dz) = \frac{p(z) - r(z)g Dz}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)} \left(1 + \frac{g Dz}{T(z)}\right) =$$

$$= \underbrace{\frac{p(z)}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)} \frac{\alpha}{\epsilon} \left(1 + \frac{gDz}{T(z)} \frac{\ddot{\theta}}{\theta}\right)}_{r(z)} - \frac{r(z)gDz}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)} \frac{\alpha}{\epsilon} \left(1 + \frac{gDz}{T(z)} \frac{\ddot{\theta}}{\theta}\right).$$

Saadud avaldise parempoolses keerukas liikmes avame sulud ja loobume liidetavast, mis sisaldab  $(Dz)^2$ :

$$r(z + Dz) = r(z) \frac{\alpha}{\epsilon} \left(1 + \frac{gDz}{T(z)} \frac{\ddot{\theta}}{\theta}\right) - \frac{r(z)gDz}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)}. \quad (7.6.7)$$

Analoogselt individuaalse õhukoguse tihedus nivool  $z + Dz$ :

$$r_{\text{ind}}(z + Dz) = r(z) \frac{\alpha}{\epsilon} \left(1 + \frac{g_{\text{adiab}} Dz}{T(z)} \frac{\ddot{\theta}}{\theta}\right) - \frac{r(z)gDz}{R_{\text{kuiiv}}} \frac{1}{T(z)}. \quad (7.6.8)$$

Individuaalse õhukoguse ja ümbritseva õhu tiheduste vahe nivool  $z + Dz$ :

$$\boxed{r_{\text{ind}}(z + Dz) - r(z + Dz) = \frac{r(z)}{T(z)} (g_{\text{adiab}} - g) Dz.} \quad (7.6.9)$$

Edasi vaatame erijuhte.

### 1.1. $g_{\text{adiab}} > g, Dz > 0$ (stabiilne kihistus)

Suuremas õhumassis (ümbritsevas õhus) kahaneb temperatuur kõrgusega aeglasemalt kui on adiabaatiline gradient. Kõrgemal asub suhteliselt soe õhk, mis tähendab, et adiabaatiliselt ülespoole nihutatud individuaalse õhukoguse temperatuur kahaneb aga kiiremini kui ümbritseva õhu oma.

Tiheduste vahe valemi (7.6.9) järgi

$$r_{\text{ind}}(z + Dz) - r(z + Dz) \sim (g_{\text{adiab}} - g) Dz > 0$$

on positiivne, seega muutub üles nihutatud individuaalse õhumassi tihedus suuremaks kui ümbritseva õhu oma. Individuaalne õhumass osutub liiga tihedaks (liiga raskeks Archimede üleslükkejõu jaoks) ja vajub tagasi madalamale, "upub".

### 1.2. $g_{\text{adiab}} > g, Dz < 0$ (stabiilne kihistus)

Suuremas õhumassis (ümbritsevas õhus) kasvab temperatuur alla liikudes aeglasemalt kui on adiabaatiline gradient. Allpool asub suhteliselt jahe õhk.

Allapoole nihutatud väikese õhukoguse temperatuur kasvab aga adiabaatiliselt ja seega kiiremini kui ümbritseva õhu oma, allpool osutub individuaalne õhumass soojemaks, seega kergemaks. Ka valemi (7.6.9) järgi on tiheduste vahe

$$r_{\text{ind}}(z - Dz) - r(z - Dz) \sim (g_{\text{adiab}} - g) (-Dz) < 0$$

negatiivne. Alla vajutatud individuaalse õhumassi tihedus osutub väiksemaks ümbritsevast õhust. Archimedese üleslükkejõud lükkab individuaalset õhumassi tagasi kõrgemale, algnivoo suunas.

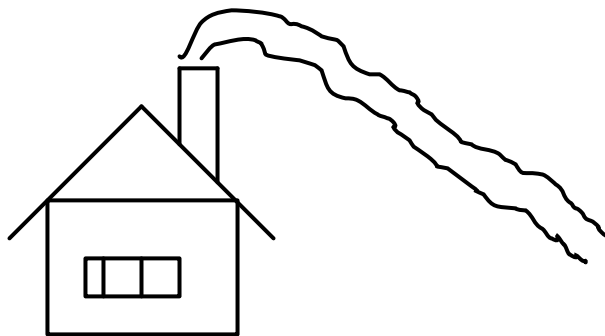
Seega, kui suuremas õhumassis temperatuurigradient on väiksem adiabaatilise,

$$g_{\text{adiab}} > g,$$

lükatakse oma kohalt üles- või allapoole nihkunud väike õhukogus tagasi algnivoo suunas. Nagu etteruttavalt alapealkirjas märgitud, on tegemist **stabiilse stratifikatsiooniga**.

Stabiilse stratifikatsiooni reljeefseks erijuhuks on temperatuuri *inversioon*, mis tähendab, et temperatuur kõrgusega ei kahane, vaid kasvab. Selline anomaalne olukord võib tekkida:

- 1) soojema õhu liikumisel külma õhu peale,
- 2) külma õhu liikumisel sooja õhu alla,
- 3) eelmisel päeval tugevasti soojenenud maapinna öisel kiiruslikul jahtumisel, selleks peab olema pilvitu öö; ka maapinnaga piirnev õhukiht jahtub andes soojust kõrgemal asuvale kihile; hommikul on esimeses 0–100 m kihis suhteliselt jahe, kõrgemal soe; autode heitgaasid ja küttekollete suits surutakse tagasi allapoole või tõusevad vaid inversioonikihini.



Joon. 7.2. Stabiilises kihistuses surutakse individuaalset õhumassi (suitsu) tagasi algnivoole.

Kokkuvõtte stabiilsest kihistusest ( $g < g_{\text{adiab}}$ ). Sellises õhumassis kahaneb temperatuur kõrgusega aeglasemalt kui adiabaatiline gradient. Seetõttu jahtub üles nihutatud väiksem (adiabaatse termodünaamikaga) õhukogus kiiremini kui ümbritsev õhk. Sama õhukogus allapoole nihutatuna aga soojeneb kiiremini kui ümbritsev õhk. Mõlemal juhul liigub väike õhukogus algnivoole tagasi.

Stabiilse stratifikatsioon takistab atmosfääri vertikaalset segunemist, pilvisuse teket.

### 2.1. $g_{\text{adiab}} < g$ , $Dz > 0$ (labiilne kihistus)

Suuremas õhumassis (ümbritsevas õhus) kahaneb temperatuur kõrgusega kiiremini kui on adiabaatiline gradient. Kõrgemal asub suhteliselt jahe õhk.

Adiabaatiliselt ülespoole nihutatud individuaalse õhukoguse temperatuur kahaneb nüüd aeglasemalt kui ümbritseva õhu oma. Seega jääb üles nihutatud individuaalse õhumassi temperatuur kõrgemaks, tihedus aga väiksemaks kui ümbritseva õhu oma. Individuaalne õhumass osutub üles nihutatuna kergemaks kui ümbritsev õhk ja Archimedese üleslükkejõud lükkab teda veelgi kõrgemale, eemale algnivoo.



Tiheduste vahe valemi (7.6.9) järgi

$$r_{\text{ind}}(z - Dz) - r(z - Dz) \sim \underbrace{(g_{\text{adiab}} - g)}_{< 0} Dz < 0$$

on negatiivne, mis näitabki, et üles nihutatud õhumass saab ümbritsevast õhust kergemaks.

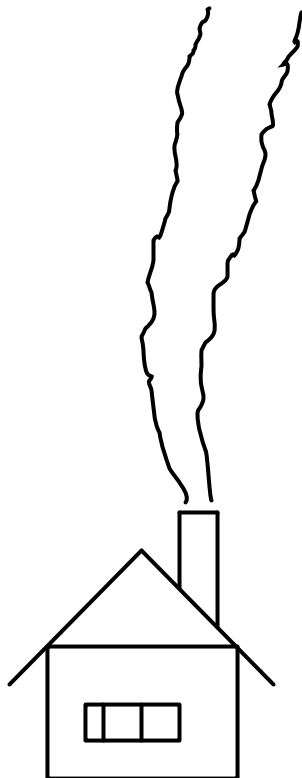
## 2.2. $g_{\text{adiab}} < g$ , $Dz < 0$ (labiilne kihistus)

Suuremas õhumassis (ümbritsevas õhus) kasvab temperatuur allpool kiiremini kui on adiabaatiline gradient. Allpool asub suhteliselt soe õhk.

Allapoole nihutatud väikese õhukoguse temperatuur kasvab aga adiabaatiliselt ja seega aeglasemalt kui ümbritseva õhu oma. Individuaalne õhumass muutub jahedamaks kui ümbritsev õhk. Laskudes allapoole  $Dz$  võrra, on tiheduste vahe valemi (7.6.9) järgi

$$r_{\text{ind}}(z - Dz) - r(z - Dz) \sim \underbrace{(g_{\text{adiab}} - g)}_{< 0} \underbrace{(-Dz)}_{< 0} > 0$$

positiivne, mis näitabki, et alla nihutatud individuaalne õhukogus muutub ümbritsevast õhust raskemaks ja vajub veelgi allapoole (upub). Seega, kui õhumassis temperatuurigradient on suurem adiabaatilisest,  $g > g_{\text{adiab}}$ , kaasneb sellega labiilne kihistus.



Joon. 7.3. Labiilse stratifikatsiooni korral surutakse oma kohalt tõusnud individuaalset õhumassi (suitsu) veelgi kõrgemale.

Labiilne kihistus soodustab vertikaalseid liikumisi, seega ka (rünk)pilvisuse teket.

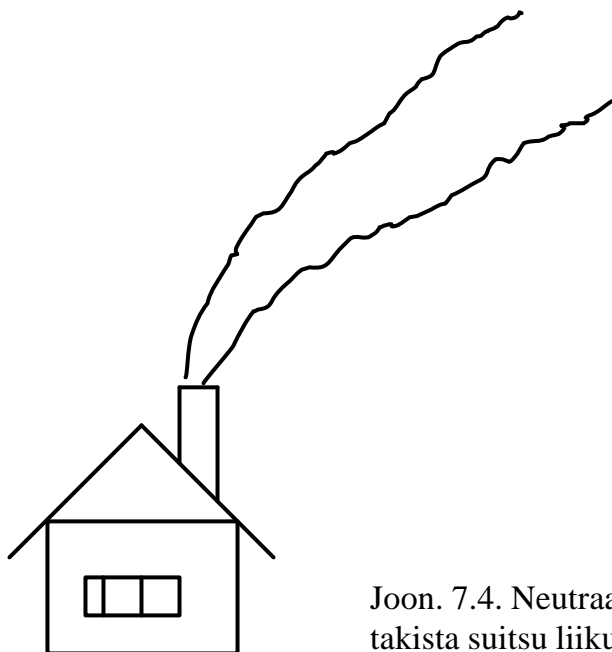
### 3.1. $g_{\text{adiab}} = g, Dz > 0$ (indifirentne kihistus)

Nihutades sellises õhumassis oma kohal väikese õhukoguse, saame tiheduste vaheks valemi (7.6.9) järgi

$$r_{\text{ind}}(z - Dz) - r(z - Dz) \sim \underbrace{(g_{\text{adiab}} - g)}_{= 0} Dz = 0,$$

mis näitabki, et üles nihutatud õhumassi ja ümbritseva õhu vahel ei teki tiheduste erinevust. Seega jääb nihutatud õhukogus rahulikult uuele nivoole. Analoozne olukord on ka väikest õhukogust allapoole nihutades.

Neutraalse stratifikatsiooni korral liiguvad autode heitgaasid ja suits üles, kuid mitte nii intensiivselt kui labiilses stratifikatsioonis.



Joon. 7.4. Neutraalne stratifikatsioon ei soodusta ega takista suitsu liikumist.

Neutraalne stratifikatsioon tekib täispilves tuulise ilma korral, mil pilved takistavad nii maapinna jahtumist kui kuumenemist, tuul aga soodustab temperatuurianomaaliatega segunemist.

Joonisel 7.5. esitame labiilse ja stabiilse kihistuse näitena joonise T.R. Oke monograafiast “Boundary layer climates” (1995, p 53, Fig. 2.9). Joonise vasakus ruudus kujutatakse olukorda, kus atmosfääris temperatuur langeb kiiremini adiabaatilise olukorrast (adiabaatiline temperatuurilangus on antud  $10\text{ °C km}^{-1}$ ). Oma kohalt mõtteliselt kõrgemale nihutatud väike õhukogus (*parcel*, on kujutatud nivool  $z_1$  oleva ringina) osutub pärast nihet olevat soojem ja seetõttu kergem ümbritsevast õhust. Seega lükatakse üles nihutatud individuaalne õhukogus veelgi kõrgemale.

Joonise parempoolses ruudus kujutatakse olukorda, kus atmosfääri temperatuur langeb mitte ainult et aeglasemalt adiabaatilise, vaid hoopis kasvab kõrgusega. Oma kohalt mõtteliselt kõrgemale nihutatud *parcel* osutub kõrgemal olles jahedam ja seetõttu raskem ümbritsevast õhust. Seega lükatakse üles nihutatud individuaalne õhukogus tagasi algnivoole. Inertsitõttu ületab *parcel* algnivoo ja liigub allapoole. Allpool nivood  $z_1$  langeb *parcel*’i tihedus aeglasemalt ümbritsevast õhust, *parcel* osutub soojemaks ja lükatakse tagasi üles, jne.

Joon. 7.5. Punktiiriga on mõlemal joonisel esitatud kui vadiabaatiline temperatuurigradient  $\Gamma \approx 10 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}$ , pideva joonega õhumassi tegelik temperatuuri käik kõrgusega. ELR – Environmental Lapse Rate (*lapse*, ingl. k.– vähenemine, kahanemine).

### 7.7. Väisälä-Brunti sagedus

Stabiilse stratifikatsiooni korral suruti oma kohalt liikunud õhumassi tagasi algnivoole.

Inertsit tõttu ei peatu väike õhukogus aga algnivoole, vaid liigub inertsit tõttu üle algnivoole, seega sarnaneb tema liikumine vedrupendli võnkumisele.

**Vilho Väisälä** (1889–1969) – Soome matemaatik, meteoroloog, õppejõud, konstruktor, tööstur. Tuletas esimesena (1925) õhukoguste võnkesageduse valemi stratifitseeritud atmosfääris. Konstrueeris raadiosondi ja asutas aktsiaseltsi nende tootmiseks, *Vaisala OY*.

**David Brunt** (1886–1965) – Inglise matemaatik ja meteoroloog-teoreetik. Pidas 1926. a. Kuninglikus Meteoroloogia Seltsis loengu võnkumistest atmosfääris. L.F. Richardson aga viitas eelmisel aastal ilmunud V. Väisälä artiklile, kus sama võnkesagedus oli juba saadud.

Tuletame Väisälä-Brunti sageduse valemi. Vaatame jälle nivool  $z$  väikest õhukogust e. individuaalset õhumassi e. *parcelit* ruumalaga  $V_{\text{ind}}(z)$ , mille tihedus sellel nivool on võrdne ümbritseva õhu tihedusega

$$r(z) = r_{\text{ind}}(z). \quad (7.7.1)$$

Lükates selle õhukoguse nivoolt  $z$  nivoole  $z + Dz$  (konkreetsuse pärast võib eeldada, et nihe toimub ülespoole,  $Dz > 0$ ), mõjuvad talle vertikaaltelje sihis kaks jõudu:

1) raskusjõud

$$r_{\text{ind}}(z + Dz) V_{\text{ind}}(z + Dz) g \quad (7.7.2)$$

2) üleslükkejõud (Archimedese jõud):

$$\mathbf{r}(z + Dz) V_{\text{ind}}(z + Dz) \mathbf{g} . \quad (7.7.3)$$

Vertikaalsete jõudude vahe ( $z$ -telje positiivses suunas mõjuv jõud võetakse positiivne):

$$\mathbf{F} = [\mathbf{r}(z + Dz) - \mathbf{r}_{\text{ind}}(z + Dz)] V_{\text{ind}}(z + Dz) \mathbf{g} . \quad (7.7.4)$$

Tiheduste erinevuse jaoks saime valemi (7.6.9):

$$(7.6.9) \mathbf{r}_{\text{ind}}(z + Dz) - \mathbf{r}(z + Dz) = \frac{\mathbf{r}(z)}{T(z)} (\mathbf{g}_{\text{adiab}} - \mathbf{g}) Dz .$$

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{r}(z)}{T(z)} (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{\text{adiab}}) V_{\text{ind}}(z + Dz) \mathbf{g} Dz = \quad (7.7.5)$$

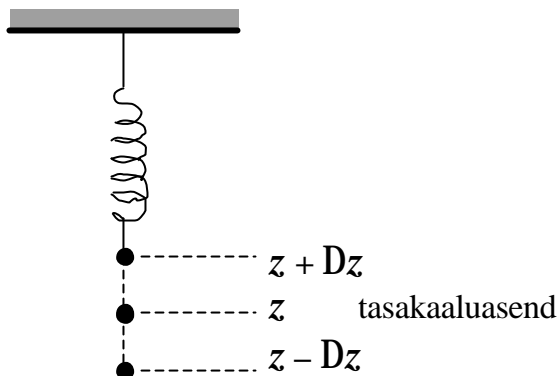
$$\mathbf{F} = \frac{1}{T(z)} (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{\text{adiab}}) \underbrace{\mathbf{r}(z) V_{\text{ind}}(z + Dz) \mathbf{g}}_{\gg m_{\text{ind}}} Dz$$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{T(z)} (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{\text{adiab}}) m_{\text{ind}} \mathbf{g} Dz . \quad (7.7.6)$$

Individaalsele õhukogusele nivool  $z + Dz$  mõjuv kiirendus Newtoni II s. järgi (kui  $Dz > 0$ , siis tegelikult aeglustus, sest stabiilses stratifikatsioonis  $\mathbf{g} < \mathbf{g}_{\text{adiab}}$ ):

$$\ddot{z} = \frac{\mathbf{F}}{m_{\text{ind}}} = \frac{1}{T(z)} (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{\text{adiab}}) \mathbf{g} Dz . \quad (7.7.7)$$

Tuletame nüüd üldfüüsika kursusest meelde vedrupendli (joon. 7.6) liikumist kirjeldavaid valemeid.



Joon. 7.6. Vedrupendli võnkumisel on raskusele mõjuv jõud vastassuunaline hälbele ning võrdeline nii vedru jäikusteguri kui hälbele.

Vedru poolt raskusele mõjuv jõud ( $k$  on vedru jäikustegur) ning N. II s.)

$$\mathbf{F} = -k Dz , \quad (7.7.8)$$

$$F = m \ddot{z}. \quad (7.7.9)$$

Võrdsustades valemite paremad pooled

$$m \ddot{z} = -k Dz,$$

$$\ddot{z} = -\frac{k}{m} Dz. \quad (7.7.10)$$

$$\ddot{z} + \frac{k}{m} Dz = 0$$

Edasi näidatakse mehhaanikakursuses, et pendli võnkumise ringsagedus  $\omega$  avaldub jäikusteguri ja pendli massi jagatise kaudu:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \quad (7.7.11)$$

Ka tasakaalust väljaviidud individuaalne õhukogus hakkab stabiilse stratifikatsiooni korral võnkuma algnivoo suhtes. Kasutades analoogiat individuaalse õhukoguse kiirenduse valemi (7.7.7) ja vedrupendli kiirenduse (7.7.10) vahel, saame õhukoguse võnkesageduse valemi (Väisälä-Bruntti valemi):

$$\omega^2 = N^2 = \frac{1}{T(z)} (g_{\text{adiab}} - g) g. \quad (7.7.12)$$

**Näide.**

$$T = 300 \text{ K},$$

$$g_{\text{adiab}} = 0.98 \text{ K} / 100 \text{ m} = 0.0098 \text{ K m}^{-1},$$

$$g = 0,$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}.$$

$$N^2 = \frac{0.0098 \text{ K} \times 9.8 \text{ m}}{300 \text{ K} \times \text{m} \times \text{s}^2} = 3.20 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2},$$

$$N = 0.0179 \text{ s}^{-1}, \quad \left( \omega = \frac{2p}{T}, \quad T = \frac{2p}{\omega} \right).$$

$$T = \frac{2p}{0.0179 \text{ s}^{-1}} = \frac{6.28 \text{ s}}{0.0179} = 351 \text{ s} = 5.84 \text{ min} \gg 6 \text{ min}.$$

Kui õhus on suitsu või tolmu, mille liikumist filmitakse “aeg luubis”, siis on võimalik selliseid võnkumisi visualiseerida. Ka kõrgest korstnast väljuva suitsu laineline trajektoriaal viitab stabiilsele stratifikatsioonile.

## 7.8. Aeroloogiline diagramm

Aeroloogiline (raadio)sondeerimine võimaldab mõnekümne minuti jooksul saada tähtsamate meteoparameetrite vertikaalse jaotuse kuni kõrguseni vähemalt 10–12 km, sageli aga kuni 20 km ja enam.

Eestis on üks aeroloogiajaam – Tallinna lähedal Harkus. Soomes on 2 jaama – Jokioinen ja Sodankylä. Eesti naabruses on veel aeroloogiajaam St Peterburis.

Aeroloogilise sondeerimise andmed kantakse spetsiaalsele blanketile, kuhu eelnevalt on trükitud võrgustik (joon. 7.7).

Tabel. Aeroloogilise diagrammi võrgustiku joonte tähendus.

Joonte tähendus	Joonte värvus, orientatsioon
Isobaarid	Pruunid horisontaaljooned
Isotermid	Pruunid paremale kaldu jooned
Kuivad adiabaadid	Pruunid vasakule kaldu jooned
Isogrammid (niiskus, g/kg)	Rohelised paremale kaldu jooned
Märjad adiabaadid	Rohelised vasakule kaldu katkendjooned

Käsitsi kaardile kantud sümbolite tähistused:

- H*** – kõrgus maapinnast, m,
- P*** – rõhk, mb,
- T*** – temperatuur, °C,
- T<sub>d</sub>*** – kastepunkti temperatuur, °C,
- ddd*** – tuule suund, deg (kaarekraadid),

Diagrammile joonestatakse kolm kõverat:

- 1) temperatuurikõver – pideva punase joonega, nn *stratifikatsioonikõver*,
- 2) kastepunkti kõver – hariliku pliiatsiga, katkendliku joonega,
- 3) märja adiabaadi kõver – hariliku pliiatsiga, pideva joonega piki märja adiabaadi joont, nn *olekukõver*;

temperatuurikõvera alguspunktist tõmmatakse esimene abijoon üles vasakule piki kuiva adiabaati,

kastepunktikõvera alguspunktist tõmmatakse teine abijoon üles paremale piki isogrammi,

abijoonte lõikepunkt annab kondensatsiooninivoo, edasine temperatuurimuutus kõrgusega on märgadiabaatiline;

kondensatsiooninivoo määrab ligikaudselt pilvede alumise piiri kõrguse, pilvede alumine piir on harilikult kondensatsiooninivoost 50–100 m kõrgemal;

abijoonte lõikepunktist joonestatakse märgadiabaat, mis iseloomustab edasist, kondensatsiooninivoost kõrgemal toimuvat tõusva õhumassi temperatuuri muutust.

Joon. 7.7. Aerooloogiline diagramm (M. Jürissaare õpik, 1998, lk 123).

## **Õhumassi energia hindamine.**

Õhumassi energia on positiivne, kui temperatuurikõver paikneb märja adiabaadi kõverast vasakul, nagu joonisel 7.7 kõrguseni 5300 m. See tähendab, et tegemist on labiilse stratifikatsiooniga, ja et sellel kõrgusel asuval õhul on tendents tõusta veelgi kõrgemale – võimalikud on tõusvad õhuvoolud.

Tõusvad õhuvoolud on võimalikud kuni märjast adiabaadist (olekukõverast) vasakul paikneva temperatuurikõvera lõikumiseni märja adiabaadiga. Lõikepunkti kõrgusel lõpeb labiilne stratifikatsioon, seega lõpevad ka tõusvad õhuvoolud. Seda tasandit nimetatakse *konveksioonitasapinnaks*. Joonisel 7.7 paikneb see kõrgusel 5300 m.

Kõrgemal olekukõvera ja temperatuurikõvera lõikumist paikneb temperatuurikõver paremal olekukõverast, nendel kõrgustel on õhumassi energia negatiivne ja stratifikatsioon stabiilne.

Konveksioonitasapind on seega konvektiivsete pilvede teoreetiliseks ülemiseks piiriks. Tegelikuses on see piir pisut (100–200 m) madalamal.

Joonisel 7.7 on kondensatsiooninivoo ja konveksioonitasapinna vahele joonistatud pilv *Cumulonimbus calvus*. See pilv märgib pelgalt asjaolu, et antud stratifikatsioonis võivad sellised pilved tekkida. Samas on aga tegemist öise vaatlusajaga (00 UTC), mil kõrge vertikaalse arenguga pilved võivad tekkida vaid erilise tsirkulatsiooni tulemusena (soe õhk surutakse üles), või, mis samuti vähetõenäoline, nad on jäänud püsima eelmisest päevast.

Kõrgusel ca 10 km lõpeb temperatuuri kahanemine. Edasi algab üleminekukiht, *tropopaus*, kus temperatuur harilikult on “mõne aja” konstantne. Joonisel toodud näites asub tropopausi piir kõrgusel 10 500 m, temperatuurikõver on kaldu paremale, enam-vähem paralleelne isotermidega.

**Kokkuvõtteks.** Aeroloogiliste diagrammide saamine on kulukas toiming, nõudes kallist aparatuuri (millest osa igakordselt hävib – raadiosond, sondpall, täitegaas) ja eriväljaõppe saanud personali. Samas on aeroloogiline diagramm väga informatiivne dokument sondeerimiskohal oleva õhumassi läbilõike iseloomustamiseks. Lisaks antud õhumassis võimalike pilvede kirjeldamisele võimaldab ta arvutada kõiki niiskusparameetreid mistahes nivool, prognoosida äikest, hinnata turbulentsi ja jäätumise tekkimise võimalikkust jne.

**Soovitatav täiendav lugemine** – M. Jürissaare õpik, 1998, lk. 122–126.